অসমীয়া ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি

— অৰ্থাৎ —

ইউক্লিডৰ প্ৰথম খণ্ড।

টীকা আৰু অতিৰিক্ত প্ৰতিজ্ঞাৰে সৈতে

মুন্সী ছাখাৰত আলী কৰ্ত্তৃক প্ৰণীত

— আৰু —

শ্ৰীশিবনাথ ভট্টাচাৰ্য্য দ্বাৰা প্ৰকাশিত।

ডিব্ৰুগড়।

চতুৰ্দ্দশ তাঙ্গৰণ।

কলিকতা,

৬নং কলেজ-স্কোৱাৰ, সাম্য-প্ৰেছত,

শ্ৰীদেবেন্দ্ৰনাথ বন্দ্যোপাধ্যায় দ্বাৰা মুদ্ৰিত।

১৯২৯।

মূল্য ॥৵০ দহ অনা মাথোন

PREFACE.



THE want of a book of Geometry in Assamese has long been felt in our schools of Assam. Experience has taught me that the majority of the boys of Gauhati Schools especially in lower classes, feel a good deal of difficulty in understanding their lessons of Geometry, notwithstanding the frequent explanations they receive from their teachers. Consequently their knowledge of this subject is very limited and their progress extremely slow. This result is chiefly due to there being no Geometry in Assamese. The very slight acquaintance with English and Bengali which the boys of the lower classes generally have, makes it most difficult for them thoroughly to understand such a subject written in a foreign language.

It is with the view of meeting this want that I now offer this small treatise to the public. The text is an Assamese translation of Euclid to which copious notes and some extra propositions have been added. I trust it will prove useful.

While no pains have been spared to make it easy and intelligible to those for whom it is intended. I believe the book, as it is, is still imperfect. Any alterations suggested would therefore be most thankfully received and considered. Should this little work serve its purpose, the labour bestowed upon it, would not be considered vain.

In conclusion I beg to acknowledge with gratitude the kind assistance lent me by Baboo Manik Chandra Barooah, Baboo Hem Chandra Barooah, the two respectable members of the I. C. P. I. Gauhati and Baboo Gonavi Ram Barooah, the Secretary to the Text B. Committee, Nowgong, in the preparation of this Book. I beg also to thank the Text Book Committee for fixing this treatise as a class book in village schools of Assam.

GAUHATI, DEC, 8, 1881. S. ALI.



We have at the request of the author, Munshi Sakhawat Ali, 4th master of the Gauhati Zilla School examined his "Elements of Geometry in Assamese."

Although not quite free from defects, yet, being the first attempt of its kind, it is deserving

of praise and will, we trust, prove useful to those who, owing to their ignorance of the language, are unable to study original geometrical works in English. As attempts of this kind deserve encouragement and support, we beg to recommend the book to the educational authorities in Assam for introduction into our vernacular schools.

GAUHATI, *4th April, 1881.* } (*Sd*) MANICK CHANDRA BAROOAH.
HEM CHANDRA BAROOAH.
Members L. C. P. I.

OPINION OF THE COMMITTEE.

EUCLID BOOK I. IN ASSAMESE.

* * *

Demonstrations correct. The price should not exceed 8 annas at the most. The English portion and the glossary may be omitted, if they interfere with the price of the book. The author to be requested to give easy educations or exercises at the end of the book. Such words as প্ৰতিজ্ঞা, বিন্দু &c may be used instead of প্ৰসঙ্গ, ফুট &c. These words have been accepted by the educated portion of the people of India.

* * *

NOWGONG, 27th August, 1881,

(*Sd*) GONAVIRAM BAROOAH
Secretary
A. V. Text Book Committee.

PREFACE 2.

It is to be noticed here that the second edition of Assamese Geometry has undergone a thorough revision; and necessary corrections

have been made of the errors that had occurred in the first edition.

GAUHATI, May, *1881.* } S. ALI. *High School.*

The third edition is also carefully revised and due corrections have been made.

GAUHATI, *15th. April, 1897.* } S. ALI. *Govt. High School.*

In this fourth edition of Assamese Geometry necessary corrections are made after thorough revision.

S. ALI.
Late 4th. Master,
Gauhati Collegiate School.

In this edition necessary corrections are made of the errors that occurred in the previous either in print or in original contents, by oversight.

Gauhati, 8th. January, 1913. S. ALI.

This eleventh edition is carefully revised.

25th. March, 1914. S. ALI.

উপক্ৰমণিকা।

—:০:—

যি শাস্ত্ৰে সমান থলত অঁকা আকৃতিৰ অৰ্থাৎ দীঘল আৰু পুতল থকা ক্ষেত্ৰৰ মাথোন আকাৰ আৰু পৰিমাণৰ বিচাৰ কৰে, সেই শাস্ত্ৰৰ নাম ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি।

ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি এঘাৰ খণ্ডে বিভক্ত। প্ৰথম খণ্ডত আঠ-চল্লিশটা প্ৰতিজ্ঞা আছে; আৰু সেই বিলাক তিনি অংশে বিভাজ্য।

১ম প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা ছাবিশ প্ৰতিজ্ঞালৈকে প্ৰথম অংশ। প্ৰথম অংশত ৰেখা, কোণ আৰু ত্ৰিভুজ এই কেই বিধৰ আলোচনা কৰা হৈছে।

সাতাইশ প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা চৌত্ৰিশ প্ৰতিজ্ঞালৈকে দ্বিতীয় অংশ আৰু তাত সমান্তৰাল সৰল ৰেখা আৰু সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ বিষয় উল্লেখ আছে।

পঁয়ত্ৰিশ প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা আঠচল্লিশ প্ৰতিজ্ঞালৈকে তৃতীয় অংশ; তাত, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আৰু ত্ৰিভুজৰ পৰস্পৰ সম্বন্ধ আৰু তুল্যতা দেখুৱা গৈছে।

সংজ্ঞা, স্বীকাৰ্য্য, স্বতঃসিদ্ধ এই তিনোৰ সাহায্যে সৈতে, প্ৰতিজ্ঞাবোৰৰ প্ৰমাণ হয়।

সংজ্ঞা, শব্দ, ক্ষেত্র সম্পর্কে কেতবোৰ আৱশ্যকীয় বৰ্ণনা।

স্বীকাৰ্য্য, বিনা প্ৰমাণে মানি লোৱা প্ৰতিজ্ঞা।

স্বতঃসিদ্ধ, যিবোৰ সত্যই প্ৰমাণৰ প্ৰয়োজন না ৰাখে, এনেই সঁচা বুলি প্ৰতীয়মান হয়।

সংজ্ঞাবোৰে পৰিমাণ, স্বীকাৰ্য্যে অঙ্কন আৰু স্বতঃসিদ্ধে উপপত্তি সিদ্ধি কৰে।

প্ৰতিজ্ঞা।

—:০:—

প্ৰতিজ্ঞা শব্দে সাধ্য নিৰ্দ্দেশ ; অৰ্থাৎ সাধন কৰিব লগিয়া বিষয়ৰ নিৰূপণ। প্ৰতিজ্ঞা দুবিধ সম্পাদ্য আৰু উপপাদ্য।

কোনো ক্ৰিয়া সম্পাদন কৰা অৰ্থাৎ ক্ষেত্ৰসম্পৰ্কে কোনো ৰেখাদি টনা বা কোনো ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা যি প্ৰতিজ্ঞাৰ উদ্দেশ্য, তাক সম্পাদ্য বোলে।

কোনো সত্যপ্ৰমাণ কৰা যি প্ৰতিজ্ঞাৰ উদ্দেশ্য, তাক উপপাদ্য বোলে।

প্ৰায় প্ৰত্যেক প্ৰতিজ্ঞাই ছয় ভাগে বিভক্ত।

১। সাধাৰণ সূত্ৰ। যেনে, এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰিব লাগিব (১ম প্ৰ)।

২। বিশেষ সূত্ৰ। যেনে, কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা, তাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সাজিব লাগিব। (১ম প্ৰ)

৩। ক্ৰিয়া সম্পাদন বা অঙ্কন। যেনে, ক বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি কখ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই খগঘ নামে এট বৃত্ত আঁকা ইত্যাদি (১ম প্ৰ)

৪। অবধাৰণ। যেনে, এতিয়া কখগ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ হ'ব। (১ম প্ৰ)।

৫। উপপত্তি বা প্ৰমাণ। যেনে, ক, খগঘ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে কখ আৰু কগ দুয়ো সমান ইত্যাদি। (১ম প্ৰ)।

৬। সিদ্ধান্ত। যেনে, অতএব এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ইত্যাদি। (১ম প্ৰ)।

সম্পাদ্য প্ৰতিজ্ঞাবোৰ স্বাভাৱিকে দুই অংশ বিশিষ্ট। দত্ত অৰ্থাৎ যি দিয়া থাকে; উদ্দেশ্য অৰ্থাৎ যিটো নিষ্পাদন কৰিব লাগে।

উপপাদ্য প্ৰতিজ্ঞাও দুই অংশ বিশিষ্ট; পূৰ্ব্ব পক্ষ অৰ্থাৎ পোনে যি কল্পনা কৰি লোৱা হয়; সিদ্ধান্ত অৰ্থাৎ শেষত যি সত্য বুলি মীমাংসা হয়।

যি যি হেতু দৰ্শায় কোনো সত্য নিৰূপণ কৰা হয়, তাক উপপত্তি বা প্ৰমাণ বোলে।

উপপত্তি দুবিধ। সৰল বা অন্বয়ী, আৰু বক্ৰ বা ব্যতিৰেকী।

যি উপপত্তিৰে, পূৰ্ব্ব পক্ষৰ পৰা ক্ৰমাগত হেতু দৰ্শায় সত্য সিদ্ধান্ত কৰা হয়, তাক সৰল বা অন্বয়ী উপপত্তি বোলে।

যি উপপত্তিৰে সিদ্ধান্তৰ বিপৰীত কোনো বিষয় সঁচা বুলি মানি লই আৰু তাক যুক্তিৰে সৈতে অসম্ভৱ প্ৰমাণ কৰি, পূৰ্ব্ব সিদ্ধান্তই যে সত্য শেষত গৈ সাব্যস্থ কৰা হয়, তাক বক্ৰ বা ব্যতিৰেকী উপপত্তি বোলে।

কোন প্রতিজ্ঞা সপ্রমাণ হলে, তাৰ পৰা যি সত্য সহজে অনুভূত হয়, তাৰ নাম অনুমান।

দুটা প্রতিজ্ঞাৰ মাজত, যদি এটাৰ পূর্ব্বপক্ষ আনটোৰ সিদ্ধান্ত আৰু সিদ্ধান্তটো পূর্ব্বপক্ষ হয়, তেনেহ'লে সেই-বিলাকক বিপৰীত প্রতিজ্ঞা বোলে।

জ্যামিতি সম্পর্কে সাঙ্কেতিক চিহ্ন।

$\because$	কাৰণ বুজায়	$\triangle$	ত্রিভুজ বুজায়
$\therefore$	এতেকে „	$=$	সমান „
$+$	যোগ „	$-$	বিয়োগ „



অসমীয়া ভাষাৰ

ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি।

প্ৰথম খণ্ড।

সংজ্ঞা।

ৰেখা আৰু কোণ।

১। যাৰ স্থিতি আছে কিন্তু বিস্তাৰ আৰু অংশ নাই, তাক বিন্দু বোলা যায়।

২। যাৰ দীঘ আছে পুতল নাই, তাক ৰেখা বোলা যায়।

৩। ৰেখাৰ মূৰেই বিন্দু।

৪। যি ৰেখা দুই মূৰ বিন্দুৰ মাজত পোন হৈ স্থিতি কৰে, তাক সৰল ৰেখা বোলে।

(ক) এটা বা দুই মূৰে দুটা আখৰ দি সৰল ৰেখাৰ নাম থ'বা।

(খ) যি ৰেখা দুই মূৰ বিন্দুৰ মাজত পোন হৈ নাথাকে, তাক বক্র বা বেঁকা ৰেখা বোলে।

৫। যাৰ দীঘ আৰু পুতল মাথোন আছে, তাক ধৰাতল বোলে।

৬। ধৰাতলৰ কাণেই' ৰেখা।

৭। যি ধৰাতলৰ ওপৰত দুই বিন্দু লগলগাই সৰল ৰেখা টানিলে, সৰল ৰেখাটো সেই ধৰাতলে সৈতে সম্পূর্ণৰূপে সংলগ্ন হৈ থাকে, তাক সমধৰাতল বোলে।

৮। সমধৰাতলৰ ওপৰত, দুই পোনৰ দুটা সৰল ৰেখা আহি মিল হ'লে সেই মিলন স্থলক চুক বা কোণ বোলে যদি ৰেখা দুটা, এটা ৰেখা হৈ নপৰে।

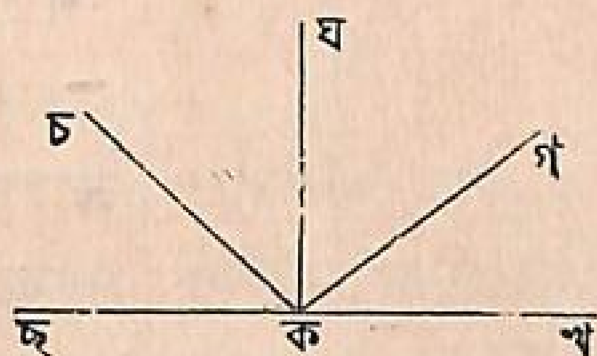
৯। সমধৰাতলৰ ওপৰত, দুই পোনৰ দুটা সৰল ৰেখা আহি মিল হ'লে সেই মিলন স্থলক সৰল ৰৈখিক কোণ বোলে যদি সৰল ৰেখা দুটা, এটা সৰল ৰেখা হৈ নপৰে।

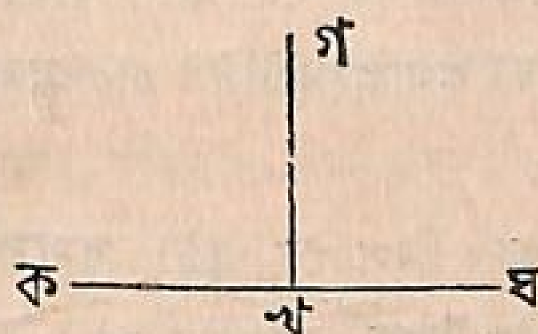
(ক) যি বিন্দুত এটা কোণ থাকে, তাত এটা আখৰ দি সেই কোণৰ নাম থ'ব পাৰা

(খ) যি বিন্দুত এটাতকৈ অধিক কোণ থাকে, সেই বিন্দুত এটা আৰু যি যি ৰেখা মিল হৈ সেই কোণবোৰ

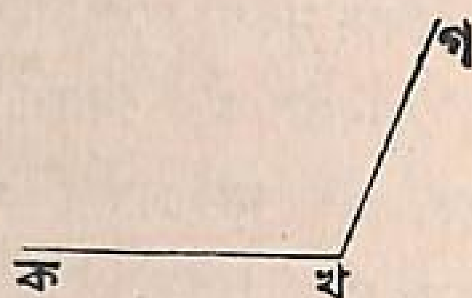
কৰিছে, সেই সেই ৰেখাৰ মূৰত একোটাকৈ আখৰ দিবা আৰু মাতিবৰ সময়ত যি কোণটো ক'ব খোজা, সেই কোণ যি দুই ৰেখা মিলি কৰিছে, সেই দুই ৰেখাৰ এটাৰ মূৰৰ আখৰটো পোনে বিন্দুৰ আখৰ তাৰ পাছে, বাকী আখৰটো শেষত মাতিবা।

এই চাইটা কোণৰ মাজত সোঁ হাতৰ গোটাই মূৰৰ কোণটো ক'ব খুজিলে খ ক গ বা গ ক খ তাৰ বাঁও হাতৰটো ক'ব খোজা যাদ গ ক ঘ বা ঘ ক গ তাৰ বাঁও হাতৰটো ঘ ক চ বা চ ক ঘ; নিচেই বাঁও মূৰৰটো হ'লে চ ক ছ বা ছ ক চ বুলি মাতিব লাগে।

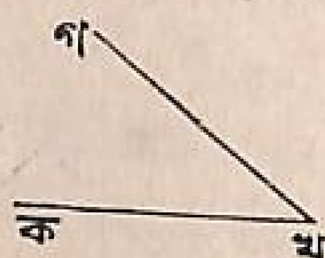




১০। এটা সৰল ৰেখা আন এটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত থিয় হৈ দুয়ো ফালে যি দুই কোণ কৰে, যদি দুয়ো সমান হয়, তেন্তে সেই প্ৰতি কোণক সমকোণ আৰু থিয় ৰেখাটোক তাৰ লম্ব বোলে। যেনে, ক খ গ বা ঘ খ গ সমকোণ; গ খ তাৰ লম্ব।



১১। সমকোণতকৈ বহল কোণৰ নাম বৃহৎ কোণ।



১২। সমকোণতকৈ ঠেক কোণৰ নাম সূক্ষ্ম কোণ।

(ক) দুটা কোণ মিল হৈ এটা সমকোণৰ তুল্য হ'লে সিহতক পৰস্পৰৰ কমপ্লিমেণ্টৰি বা সমকোণ-পূৰক কো... বোলা যায়।

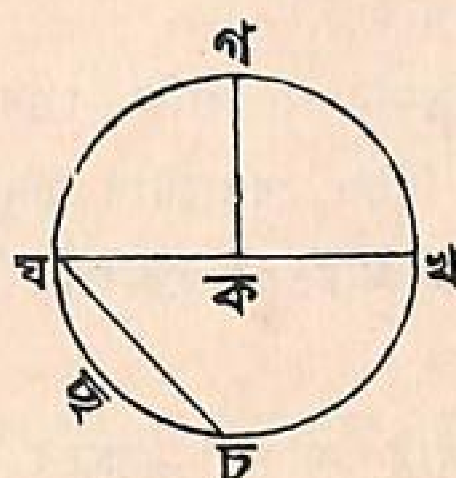
(খ) দুটা কোণ মিল হৈ দুটা সমকোণৰ তুল্য হ'লে, সিহতক দ্বিসমকোণ-পূৰক কোণ বোলা যায়।

১৩। বস্তুৰ অন্তক সীমা বোলে।

১৪। এটা বা অধিক সীমাই আগুৰা থলক ক্ষেত্ৰ বোলে। যেনে, বৃত্ত, বৃত্তাৰ্দ্ধ, ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ ইত্যাদি।

১৫। সমধৰাতলৰ যি ক্ষেত্ৰ এটা বেঁকা ৰেখাৰে আগুৰা থাকে আৰু যাৰ ভিতৰত এনে এটা বিন্দু থাকে যে, তাৰ পৰা

আগুৰা ৰেখাৰে যিমান সৰল ৰেখা টানা যায় সকলবোৰ সমান হয়, সেই ক্ষেত্ৰক বৃত্ত বোলে। যেনে খ গ ঘ।



(ক) বৃত্তৰ সীমা ৰেখাৰ নাম পৰিধি।

১৬। বৃত্তৰ যি অন্তৰস্থ বিন্দুৰ পৰা পৰিধিলৈ দুটা বা অধিক সৰল ৰেখা টানিলে সকলবোৰ পৰস্পৰ সমান হয়, তাৰ নাম কেন্দ্ৰ।

(ক) বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা ব্যাসাৰ্দ্ধ টানি পৰিধিক সমানে ৩৬০ অংশ কৰিলে, কেন্দ্ৰৰ চাৰিও ফালে যিবোৰ কোণ উৎপন্ন হয়, সেই প্ৰতি কোণৰ পৰিমাণ এক এক ডিগ্ৰী। এনে ৯০ ডিগ্ৰীয়ে এক সমকোণ।

১৭। যি সৰল ৰেখা কেন্দ্ৰ ভেদ কৰি দুয়ো ফালে পৰিধিক স্পৰ্শ কৰেগৈ, তাক ব্যাস বোলে। যেনে খ ঘ।

(ক) কেন্দ্ৰৰ পৰা পৰিধিলৈ টনা ৰেখাৰ নাম ব্যাসাৰ্দ্ধ। যেনে ক গ।

১৮। যি ক্ষেত্ৰক ব্যাসে আৰু ব্যাসে কটা পৰিধিৰ এক খণ্ডে আগুৰি থাকে, তাক বৃত্তাৰ্দ্ধ বোলা যায়। যেনে খ গ ঘ।

১৯। যি ক্ষেত্ৰক এটা সৰল ৰেখাই আৰু সেই সৰল ৰেখাই কটা পৰিধিৰ এক খণ্ডে আগুৰি থাকে, তাক বৃত্তাংশ বোলা যায়। যেনে ঘ ছ চ।

(ক) পৰিধিত তিনটা আখৰাদি বৃত্তৰ নাম থ বা বৃত্তাৰ্দ্ধ আৰু বৃত্তাংশৰ নাম ৰাখিলে, ৰেখাটোৰ দুমূৰে দুটা পৰিধিত এটা আখৰ দিবা আৰু মাতিবৰ বেলিকা পোনে য'ৰ পৰা ইচ্ছা ত'ৰ পৰা মাতিবা।

২০। সৰল ৰেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰ। যেনে, ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ, বহুভুজ।

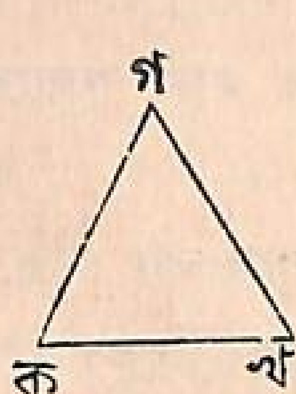
২১। তিনটা সৰল ৰেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম ত্ৰিভুজ।

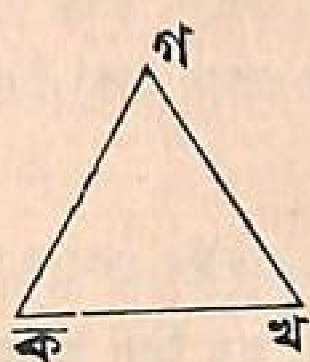
২২। চাইটা সৰল ৰেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম চতুৰ্ভুজ।

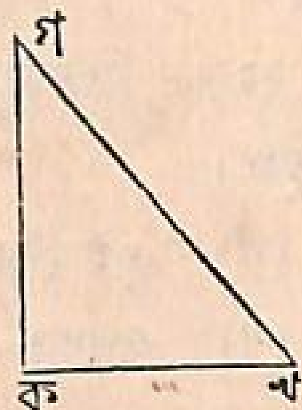
২৩। চাইটাতকৈ বেশি সৰল ৰেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম বহুভুজ। যেনে, পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ, সপ্তভুজ ইত্যাদি।

(ক) ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ আৰু বহুভুজৰ নাম থ'লে কোণে পতি আখৰ দি পোনে য'ৰ পৰা মন যায় ত'ৰ পৰা মাতিবা; সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সন্মুখৰ দুই চুকে আখৰ দি আৰু ত্ৰিভুজত এটা আখৰ দি মাতিলেও হয়।

ত্ৰিভুজ।





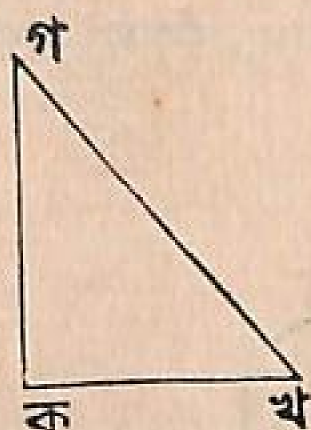


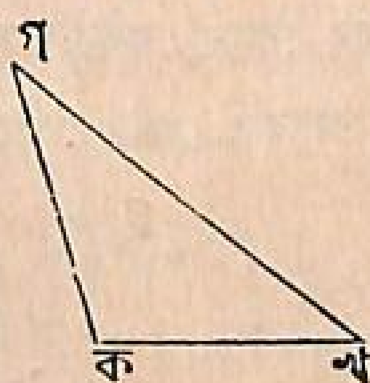
২৪। ত্ৰিভুজৰ তিনো ভুজ সমান হ'লে সমবাহু ত্ৰিভুজ বোলে।

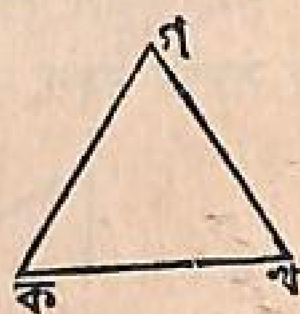
২৫। ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ সমান হ'লে সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ বোলে।

২৬। ত্ৰিভুজৰ তিনো ভুজ অসমান হ'লে বিষমবাহু ত্ৰিভুজ বোলে।

(ক) এই তিনটা ত্ৰিভুজৰ ভুজ অনুসাৰে নাম।







২৭। এই সমকোণ থকা ত্ৰিভুজৰ নাম সমকোণি ত্ৰিভুজ।

(ক) সমকোণি ত্ৰিভুজৰ সমকোণৰ সন্মুখৰ ভুজৰ নাম কৰ্ণ।

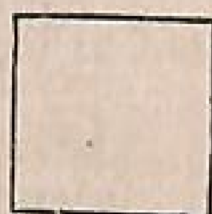
২৮। এটা বৃহৎ কোণ থকা ত্রিভুজৰ নাম বৃহৎকোণি ত্রিভুজ।

২৯। তিনটা সূক্ষ্ম কোণ থকা ত্রিভুজৰ নাম সূক্ষ্মকোণি ত্রিভুজ।

(ক) এই তিনটা ত্রিভুজৰ কোণ অনুসাৰে নাম।

(খ) ওপৰত কোৱা ছয় বিধ বাজে আৰু ত্রিভুজ নাই।

চতুর্ভুজ।





৩০। যি চতুর্ভুজৰ চাৰিও ভুজ সমান, আৰু চাৰিও কোণ সমকোণ তাক বর্গক্ষেত্র বোলে।

৩১। যি চতুর্ভুজৰ কোণ কেইটা সমকোণ, কিন্তু সকল ভুজ সমান নহয়, তাক আয়ত ক্ষেত্র বোলে।





৩২। যি চতুর্ভুজৰ ভুজবোৰ সমান, কিন্তু কোণ কেইটা সমকোণ নহয়, তাক ৰম্বস বোলে।

৩৩। যি চতুর্ভুজৰ সম্মুখৰ ভুজবোৰ সমান, কিন্তু কোণবোৰ সমকোণ নহয়, তাক ৰম্বইড বোলে।

৩৪। ইয়াৰ বাজে আন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রক বিষম চতুর্ভুজ বোলে।

(ক) যি সৰল ৰেখাই চতুর্ভুজৰ সম্মুখৰ কোণ সংলগ্ন কৰে, তাক শ্রুতি বোলা যায়।

৩৫। যি সৰল ৰেখাবোৰ একে সমধৰাতলৰ ওপৰত থাকি, দুয়ো পোনে যিমান কি দূৰৈলৈ বঢ়োৱা যায়, কেতিয়াও নিমিলে, সেইবোৰক সমান্তৰাল সৰল ৰেখা বোলে।

(ক) যি চতুর্ভুজৰ সম্মুখৰ ভুজ সমান্তৰাল, তাক সমান্তৰাল ক্ষেত্র বোলে।

(খ) বর্গক্ষেত্র, আয়ত, ৰম্বস আৰু ৰম্বইড ক্ষেত্রবোৰ সমান্তৰাল ক্ষেত্র। তাত বাজে আৰু সমান্তৰাল ক্ষেত্র নাই।

স্বীকার্য্য।

মানি লোৱা যাওক।

১। এটা বিন্দুৰ পৰা আন এটা বিন্দুলৈ সৰল ৰেখা টানিব পাৰি।

২। সীমাবান কোনো সৰল ৰেখা যিমান দূৰৈ ইচ্ছা তিমান দূৰৈলৈ পোনে পোনে বঢ়াব পাৰি।

৩। কোনো এটা বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি যিমান দূৰৈ ইচ্ছা সিমান দূৰৈলৈ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই বৃত্ত অঙ্কিত কৰিব পাৰি।

স্বতঃসিদ্ধ।

১। যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তুৰ পৰস্পৰ সমান।

২। সমান বস্তুৰে সৈতে সমান বস্তু যোগ দিলে গোটেইটো সমান হয়।

৩। সমান বস্তুৰপৰা সমান বস্তু বাদ দিলে বাঁকী সমান থাকে।

৪। সমান বস্তুৰে সৈতে অসমান বস্তু যোগ দিলে গোটেইটো অসমান হয়।

৫। অসমান বস্তুৰপৰা সমান বস্তু বাদ দিলে বাঁকী অসমান থাকে।

৬। যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ দুগুণ, সেই সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান।

৭। যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ অৰ্দ্ধ, সেই সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান।

৮। যি যি বস্তু বহলে মিলে অৰ্থাৎ দুয়ো এখান ঠাই সম্পূৰ্ণ কৈ জুৰি থাকে, সেই সেই বস্তু সমান।

৯। গোটাইটো বস্তু অংশতকৈ ডাঙ্গৰ।

১০। দুই সৰল ৰেখাই এখন ঠাই আগুৰিব নোৱাৰে।

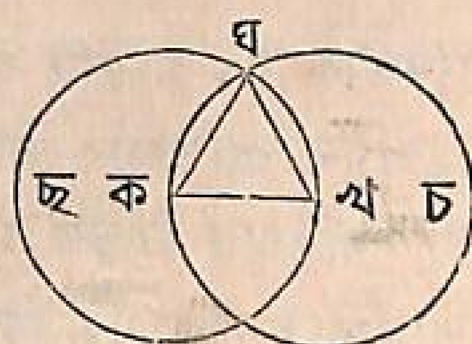
১১। সকল সমকোণ পৰস্পৰ সমান।

১২। এটা সৰল ৰেখা, আন দুই সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰি যদি একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণতকৈ সৰু কৰে, তেনেহ'লে সেই দুই সৰল ৰেখা বঢ়ালে, যি ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু সেই ফালে মিল হ'ব।

১ম প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঁকিত কৰিব লাগিব।



ক খ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা, তাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকিব লাগিব। ক বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি ক খ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই খ ঘ ছ নামে এটা বৃত্ত আঁকা। আকৌ খ বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি খ ক ব্যাসাৰ্দ্ধ লই ক ঘ চ নামে

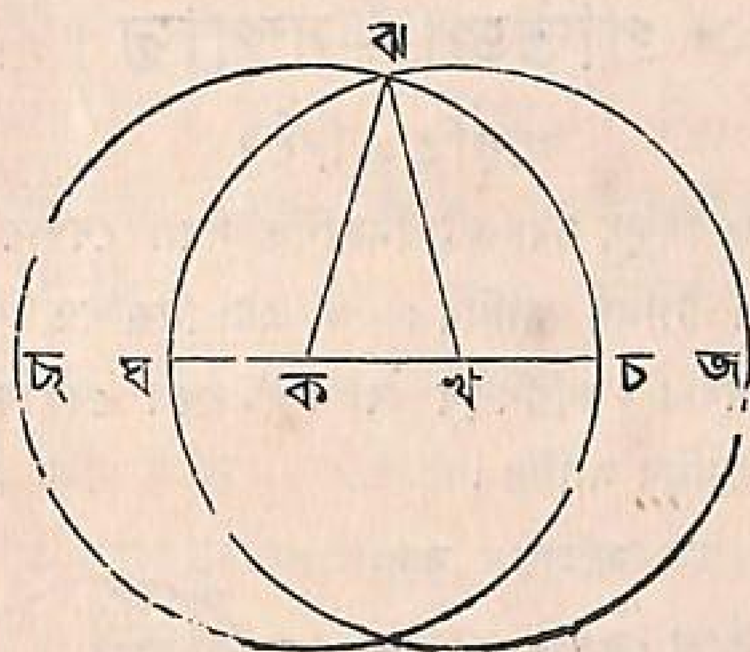
আৰু এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী)। ঘ বিন্দুত দুয়ো বৃত্ত কটাকটি কৰিছে ; ঘ বিন্দুৰ পৰা ঘ ক আৰু ঘ খ নামে দুটা সৰল ৰেখা ক আৰু খ বিন্দুলৈ টানা (১ স্বী)। এতিয়া, ক খ ঘ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ হ'ব।

কাৰণ, ক, খ ঘ ছ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে ক খ আৰু ক ঘ পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) খ, ক ঘ চ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে ক খ আৰু খ ঘ পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) সুতৰাং ক ঘ আৰু খ ঘ প্ৰত্যেকে ক খ সৰল ৰেখাৰ সমান ; কিন্তু যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান (১ স্ব) ; এতেকে ক ঘ, খ ঘ সৰল ৰেখাৰ সমান আৰু ক ঘ, ক খ, খ ঘ তিনোটা সৰল ৰেখা পৰস্পৰ সমান। সুতৰাং ক খ ঘ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ; আৰু তাক নিৰূপণকৈ দিয়া ক খ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত অঁকা হ'ল। অতএব এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ইত্যাদি।

(ক) ক খ সৰল ৰেখাৰ আনফালে ক খ গ নামে ত্ৰিভূজ আঁকিলে দ্বিতীয় বিধ আকৃতি হ'ব।

(খ) প্ৰথম প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্য লই ভূমিৰ দুগুণ ভুজে সৈতে এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ আঁকিব পাৰি।

১ম প্ৰতিজ্ঞাত অঁকা ত্ৰিভুজটোৰ ক খ ভূমি ঘ আৰু চ লৈ বঢ়াই দিয়া যেনে এই আকৃতিত আছে। এতিয়া ক চ আৰু খ ঘ প্ৰত্যেকে ক খ ভূমিৰ দুগুণ হৈছে।



ক, কেন্দ্র ধৰি ক চ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই চ ঝ ছ বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী) ; খ কেন্দ্ৰ কৰি খ ঘ ব্যাসৰ্দ্ধ লই ঘ ঝ জ বৃত্ত আঁকা ; দুয়ো বৃত্ত ঝ বিন্দুত কটাকটি কৰিছে ; ঝ, ক আৰু ঝ, খ লগাই দিয়া।

এতিয়া ক খ ঝ এনে এটা সমদ্বিবাহু, ত্ৰিভুজ হ'ব যে, তাৰ ক ঝ আৰু খ ঝ ভুজ প্ৰত্যেকে ক খ ভূমিৰ দুগুণ।

∴ ক খ=ক ঝ (১৫ নং) ; ∴ ক চ=২ কখ

(ক্ৰিয়া) ; ∴ ক ঝ=২ ক খ।

∴ খ ঘ=খ ঝ (১৫ সং) ; ∴ খ ঘ=২ ক খ

(ক্ৰিয়া) ; ∴ খ ঝ=২ ক খ

(গ) এইবিলাক সম্পাদ্য প্ৰতিজ্ঞা।

১, ২, ৩, ৯, ১০, ১১, ১২, ২২, ২৩, ৩১, ৪২, ৪৪, ৪৫, ৪৬।

---

২ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি ৮ বিধ।

এটা নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ সমান কৰি এটা সৰল ৰেখা টানিব লাগিব। ক, এটা নিৰূপিত বিন্দু, খ গ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা। ক, বিন্দুৰ পৰা খ গ সৰল ৰেখাৰ সমান কৰি এটা সৰল ৰেখা টানিব লাগিব।

ক আৰু খ সংলগ্ন কৰা (১ স্বী)। ক খ ৰেখাৰ ওপৰত ক খ চ নামে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সাজা (১ প্ৰ)। চ ক আৰু চ খ ভুজ ছ আৰু জ লৈ বঢ়াই দিয়া (২ স্বী)। খ, কেন্দ্ৰ কৰি খ গ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই গ ত ট নামে এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী)। চ জ ৰেখা ট বিন্দুত কটা গল: আকৌ চ কেন্দ্ৰ কৰি, চ ট ব্যাসাৰ্দ্ধ লই ট দ ন নামে আৰু এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী)। চ ছ ৰেখা ন বিন্দুত কটা গল। এতিয়া ক ন সৰল ৰেখা খ গ সৰল ৰেখাৰ সমান হ'ব।

কাৰণ খ, গ ত ট বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ; এতেকে খ গ আৰু খ ট পৰস্পৰ সমান (১৫ সং)। চ, ট দ ন বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে চ ট আৰু চ ন পৰস্পৰ সমান (১৫ সং)। আৰু তাইঁতৰ অংশ চ ক আৰু চ খ সমান আছে (২৪ সং), এতেকে বাঁকী ক ন আৰু খ ট সমান (৩ স্ব)। কিন্তু পূৰ্ব্বে দেখুৱা হৈছে

যে, খ গ ৰেখা খ ট ৰেখাৰ সমান, সুতৰাং ক ন আৰু খ গ প্ৰত্যেকে খ ট ৰেখাৰ সমান। কিন্তু যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ সমান সিহঁত পৰস্পৰ সমান (১ স্ব), সুতৰাং ক ন ৰেখা খ গ ৰেখাৰ সমান। এতেকে ক নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা খ গ নিৰূপিত ৰেখাৰ সমান কৰি ক ন ৰেখা টনা হ'ল। অতএব এটা নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ সমান কৰি ইত্যাদি।

(ক) চ ক আৰু চ খ ভুজ আগৈয়ে বঢ়াই নিদি পেলায় গ ত ট বৃত্ত আঁকি এটালে, ট লৈ, চ খ আৰু ট দ ন বৃত্ত আঁকি এটালে ন লৈ, চ ক বঢ়াই দি ক্ৰিয়া কৰিলেও হয়।

(খ) বাঁকী সাত বিধ আকৃতি অঙ্কিত কৰিব খুজিলে ;

১ম। দিয়া বিন্দুটো দিয়া ৰেখাৰ যি মূৰে হওক লগাই দিবা।

২য়। দিয়া বিন্দুৰ পৰা দিয়া ৰেখাৰ এমূৰলৈ টনা সৰল ৰেখাৰ তলে বা ওপৰে সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকিবা।

৩য়। ত্ৰিভুজৰ বাহু দুটা ওপৰৰ ফালেই হওক বা তলৰ ফালেই হওক বঢ়াই দিয়া।

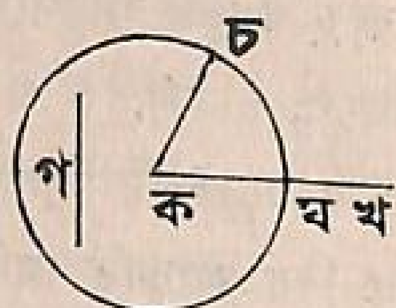
---

৩ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

দুটা সৰল ৰেখা নিৰূপিত আছে, এটা ডাঙ্গৰ এটা সৰু। ডাঙ্গৰ-টোৰ সৰুটোৰ সমান কৰি এক খণ্ড কাটিব লাগিব।

ক খ আৰু গ দুটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা। ক খ ৰেখা, গ ৰেখাতকৈ ডাঙ্গৰ ; গ ৰেখাৰ সমান কৰি ক খ ৰেখাৰ এক খণ্ড কাটিব লাগিব।



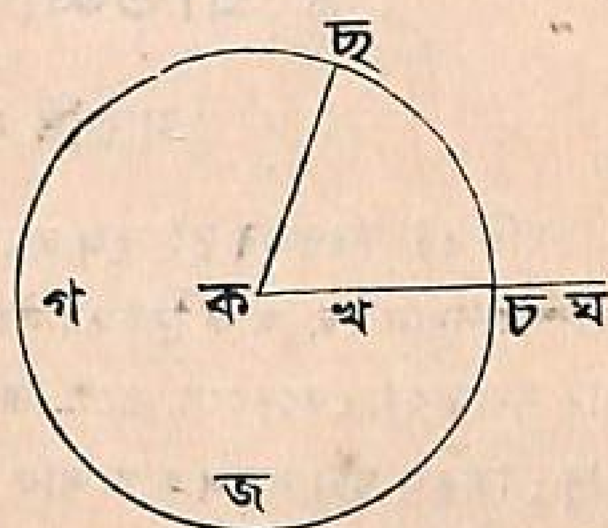
গ ৰেখাৰ সমান কৰি ক বিন্দুৰ পৰা ক চ টানা (২ প্ৰ) আৰু ক বিন্দু কেন্দ্ৰ কৰি ক চ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই চ জ ঘ নামে বৃত্ত অঙ্কিত কৰা (৩ স্বী) ক খ ৰেখা ঘ বিন্দুত কটা গ'ল। এতিয়া ক ঘ, গ ৰেখাৰ সমান হ'ব।

কাৰণ ক, চ জ ঘ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ ; এতেকে ক চ আৰু ক ঘ পৰস্পৰ সমান (১৫ সং)। কিন্তু ক চ, গ ৰেখাৰ সমান কৰি টানি লোৱা হৈছে, এতেকে ক ঘ আৰু গ প্ৰত্যেকে ক চ ৰেখাৰ সমান ; সুতৰাং ক ঘ আৰু গ পৰস্পৰ সমান (১ স্ব)। এতেকে ক খ ডাঙ্গৰ ৰেখাৰ পৰা গ সৰু ৰেখাৰ সমান কৰি এক খণ্ড কটা হ'ল। অতএব দুটা সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

(ক) এই প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে দুটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ যোগ আৰু বিয়োগ ফলৰ সমান এটা সৰল ৰেখা টানিব পাৰি।

(১ম) ক খ, আৰু গ দুটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা। দুইকো যোগ কৰিলে যিমান দীঘল হ'ব, সিমান দীঘল এটা সৰল ৰেখা টানিব লাগিব।

ক খ, ঘলৈ বঢ়াই দি, গ ৰেখাৰ সমান কৰি খ চ কাটি লোৱা। ক কেন্দ্ৰ কৰি ক চ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই চ জ ছ আঁকা (৩ স্বী) ক, ছ, সংলগ্ন কৰঁা ∴ কছ= কচ (১৫ সং)। কিন্তু কচ=কখ+খচ, বা খগ+গ; ∴ কছ=কখ+গ।



২য়। কঘ আৰু গ জানিবা নিৰূপিত সৰল ৰেখা। কঘ আৰু গ দুইৰো মাজত বাদ কাটিলে যিমান বাকী থাকে, সিমান দীঘল এটা সৰল ৰেখা টানিব লাগে।

কঘ জানিবা গ ৰেখাতকৈ ডাঙৰ। গ ৰেখাৰ সমান কৰি চঘ কাটি লোৱা। ক. কেন্দ্ৰ কৰি কচ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই চজছ বৃত্ত আঁকা; (৩ স্বী) ক ছ সংলগ্ন কৰঁা।

∴ কছ=কচ (১৫ সং) কিন্তু কচ=কঘ—ঘচ বা কঘ=গ ;
∴ কছ=কঘ—গ।

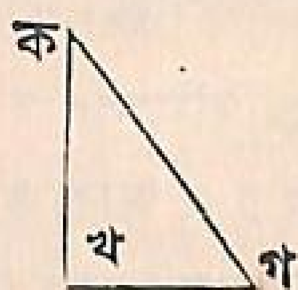
---

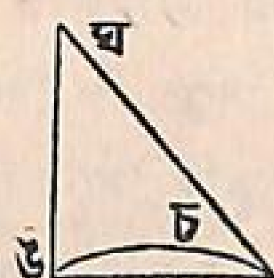
৪ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

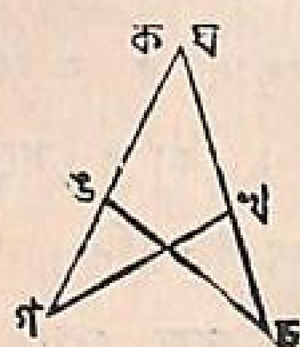
আকৃতি নানাবিধ।

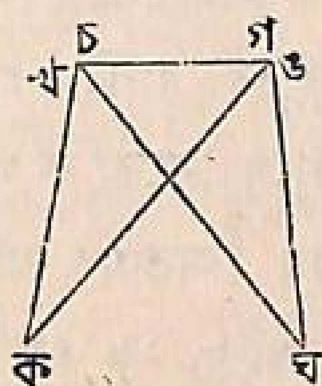
যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজেসৈতে পৰস্পৰ সমান হয়, আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণও যদি সমান হয়, তেনেহলে, দুয়ো ত্ৰিভুজৰ ভূমি অৰ্থাৎ তৃতীয় ভুজ সমান হ'ব ; ত্ৰিভুজ দুটা সমান হ'ব আৰু সমান সমান ভুজৰ সন্মুখৰ বাঁকী কোণবোৰও পৰস্পৰ সমান হ'ব।

ক খ গ আৰু ঘ ঙ চ দুটা ত্ৰিভুজ। ক খ গ ত্ৰিভুজৰ ক খ আৰু ক গ ভুজ, ঘ ঙ চ ত্ৰিভুজৰ ঘ ঙ আৰু ঘ চ ভুজেসৈতে ক্ৰমে অৰ্থাৎ ক খ ভুজ, ঘ ঙ ভুজেসৈতে ক গ ভুজ ঘ চ ভুজেসৈতে সমান ; আৰু খ ক গ কোণ ঙ ঘ চ কোণৰ সমান। এতিয়া খ গ ভূমি ঙ চ ভূমিৰ আৰু ক খ গ ত্ৰিভুজ, ঘ ঙ চ ত্ৰিভুজৰ সমান হ'ব ; আৰু সমান সমান ভুজৰ সন্মুখৰ বাঁকী ক খ গ কোণ ঘ ঙ চ কোণে সৈতে ক গ খ কোণ ঘ চ ঙ কোণে সৈতে সমান হ'ব।









কাৰণ, যদি ক খ গ ত্রিভুজ ঘ ঙ চ ত্রিভুজৰ ওপৰত এনেদৰে ৰখা যায়, যেন ক বিন্দু ঘ বিন্দু সৈতে আৰু ক খ ভুজ ঘ ঙ [illegible] সৈতে মিলি পৰে, তেন্তে খ বিন্দু ঙ বিন্দু সৈতে মিলিব। কিয়নো ক খ ভুজ ঘ ঙ ভুজৰ সমান (কল্পনা) ক খ ভুজ ঘ ঙ ভুজে সৈতে মিলিলে ক গ ভুজ ঘ চ ভুজৰ ওপৰত পৰিব। কিয়নো খ ক গ কোণ ঙ ঘ চ কোণৰ সমান (কল্পনা); আৰু গ বিন্দুও চ বিন্দু সৈতে মিল হ'ব, যে হেতুক ক গ ভুজ ঘ চ ভুজৰ সমান (কল্পনা)। খ বিন্দু ঙ বিন্দু সৈতে মিলিব বুলি আগেয়ে দেখুৱা হৈছে; এতেকে

খ গ ভূমি ঙ চ ভূমি সৈতে মিল হ'ব। কিয়নো খ বিন্দু ঙ বিন্দু সৈতে, গ বিন্দু চ বিন্দু সৈতে মিলিলেও খ গ ভূমি যদি ঙ চ ভূমি সৈতে নিমিলে, তেনেহলে খ গ আৰু ঙ চ দুয়ো ৰেখাই এখন ঠাই আগুৰিব। কিন্তু এনে সম্ভৱ নহয় (১০ স্ব). সুতৰাং খ গ ভূমি ঙ চ ভূমি সৈতে মিলিবই মিলিব, আৰু সমান হ'ব (স্ব ৮), আৰু ক খ গ গোটেই ত্ৰিভুজটো ঘ ঙ চ গোটেই ত্ৰিভুজে সৈতে মিলি যাব আৰু সমান হ'ব। তাত বাজে সিহঁতৰ বাঁকী কোণবিলাকও অৰ্থাৎ ক খ গ কোণ ঘ ঙ চ কোণে সৈতে, ক গ খ কোণ ঘ চ ঙ কোণে সৈতে মিলি সমান হ'ব। অতএব, যদি এটা ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ৪, ৮, ২৬ এই তিনি প্ৰতিজ্ঞাই ভুজ কোণ, কালি তিনো পদে ত্ৰিভুজৰ সমানতা প্ৰমাণ কৰে। তাত বাজে আন যি যি প্ৰতিজ্ঞাত ত্ৰিভুজৰ সমানতাৰ বিষয় উল্লেখ আছে; সিহতে ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সমানতা মাথোন প্ৰমাণ কৰে।

(খ) এইবিলাক উপপাদ্য প্ৰতিজ্ঞা।

৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৪৮।

---

৫ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি নানাবিধ।

সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ভূমিৰ সংলগ্ন কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান ; আৰু সমান ভুজ দুটা বঢ়ালে ভূমিৰ আনফালে সংলগ্ন কোণবিলাকও সমান হ'ব।

ক খ গ এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ। তাৰ ক খ আৰু ক গ ভুজ পৰস্পৰ সমান ; এই সমান ভুজ দুটা চ আৰু ছ বিন্দুলৈ বঢ়োৱা যাওক। এতিয়া ক খ গ কোণ ক গ খ কোণৰ আৰু গ খ চ কোণ খ গ ছ কোণৰ সমান হ'ব।

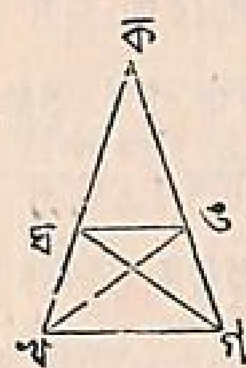


ক চ ৰেখাৰ মাজত জ নামে এটা বিন্দু লই ক ছ ৰেখাৰ পৰা ক জ ৰেখাৰ সমান কৰি ক ট কাটি লোৱা (৩ প্ৰ) গ, জ আৰু খ, ট লগাই দিয়া (১ স্বী) এতিয়া ক জ ৰেখা ক ট ৰেখাৰ সমান (ক্ৰিয়া) ; আৰু ক খ ৰেখা ক গ ৰেখাৰ সমান (কল্পনা) ; এতেকে ক জ গ ত্ৰিভুজৰ ক জ আৰু ক গ ভুজ ক্ৰমে ক ট খ ত্ৰিভুজৰ ক ট আৰু ক খ ভুজে সৈতে সমান আৰু এই সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী জ ক ট কোণটো দুইবো ত্ৰিভুজৰ সামান্য কোণ ; অৰ্থাৎ সেই একে কোণেই দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সমান

সমান ভুজৰ মাজত আছে; এতেকে সিহতৰ গ জ আৰু খ ট ভূমি দুটা সমান, (৪ প্ৰ)। ক জ গ আৰু ক ট খ ত্ৰিভুজ দুটাও সমান; আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখৰ বাঁকী কোণবোৰ অৰ্থাৎ ক গ জ কোণ ক খ ট কোণৰ ক জ গ কোণ ক ট খ কোণৰ সমান। আকৌ গোটেই ক জ ৰেখাটো গোটেই ক ট ৰেখাৰ সমান। আৰু সিহতৰ অংশ ক খ আৰু ক গ পৰস্পৰ সমান আছে; সুতৰাং বাঁকী খ জ আৰু গ ট সমান (৩ স্ব)। গ জ ৰেখা খ ট ৰেখাৰ সমান বুলি পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ কৰা হৈছে; এই কাৰণে খ জ গ ত্ৰিভুজৰ খ জ আৰু জ গ ভুজ গ ট খ ত্ৰিভুজৰ গ ট আৰু ট খ ভুজ পৰস্পৰ সমান; আৰু সিহতৰ মধ্যবৰ্ত্তী খ জ গ ত্ৰিভুজ গ ট খ ত্ৰিভুজৰ সমান; আৰু সিহতৰ সমান সমান ভুজৰ সম্মুখৰ কোণবিলাকও, অৰ্থাৎ জ খ গ কোণ ট খ গ কোণৰ আৰু জ গ খ কোণ ট খ গ কোণৰ সমান (৪ প্ৰ)। পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে যে, ক খ ট গোটেই কোণটো ক গ জ গোটেই কোণটোৰ সমান, এতিয়া, আকৌ সিহতৰ অংশ গ খ ট, খ গ জ কোণ দুটা সমান বুলি দেখুৱা গ'ল, এতেকে এই অংশ দুটা, গোটেই কোণ দুটাৰ পৰা বাদ কাটিলে বাঁকী ক খ গ আৰু ক গ খ কোণ সমান থাকে, আৰু এই দুটাই ভূমিত সংলগ্ন কোণ। জ খ গ কোণ ট গ খ কোণৰ সমান যে তাক আগৈয়ে দেখুৱা হৈছে; আৰু সিহতৰ ভূমিৰ আন ফালে সংলগ্ন কোণ। অতএব সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

এই প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰথম অংশ অৰ্থাৎ ভূমিত সংলগ্ন কোণ সমান যে তাক আৰু দুই মতে প্ৰমাণ কৰা যায়।

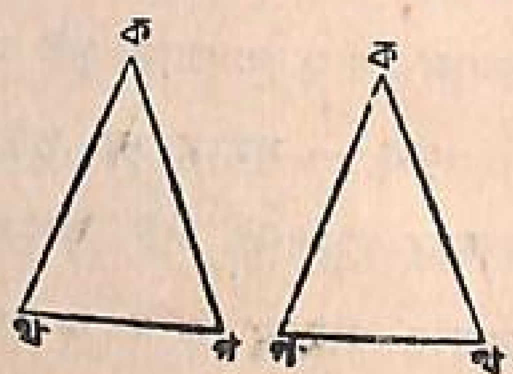
১ম। সমান ভুজ দুটা বঢ়াই নিদিয়াকৈ ক খ ৰেখাৰ মাজত ঘ বিন্দু লই ক ঘ ৰেখাৰ সমান কৰি ক ঙ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ আৰু ঙ, ঙ আৰু খ, ঘ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।



∴ কখ=কগ (কল্পনা), কঘ=কঙ (ক্ৰিয়া) ∴ কখ+কঙ=কগ+কঘ; খকগ কোণ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য; ∴ খঙ=গঘ ∴ △ কখঙ= △ কগঘ ∴ বাঁকী কখঙ কোণ= কগঘ কোণ (৪ প্ৰ)। আকৌ ঘঙখ আৰু ঙঘগ ত্ৰিভুজৰ ঘখ=ঙগ, খঙ=গঘ ∴ ঘখ+খঙ=ঙগ+গঘ; ∴ ঘখঙ কোণ=ঙগঘ কোণ; ∴ △ ঘঙখ= △ ঙঘগ; ∴ বাঁকী ঙঘখ কোণ=ঘঙগ কোণ; আৰু বাঁকী ঘঙখ কোণ=ঙঘগ কোণ (৪ প্ৰ); ... আৰু ঙঘগ এই সমান কোণ দুটা গোটেই ঙঘখ আৰু ঘঙগ কোণৰ পৰা বাদ দিলে বাঁকী খঘগ কোণ=গঙখ কোণ; আকৌ খঘগ আৰু গঙখ ত্ৰিভুজৰ খঘ=ঙগ, খঙ=গঘ +খঘ+ঘগ=গঙ+ঙখ, আৰু খঘগ কোণ=গঙখ কোণ, ∴ △ ঘগখ= △ ঙখগ ∴ বাঁকী ঘখগ বা কখগ কোণ= ঙগখ বা কখগ কোণ (৪ প্ৰ)।

২য়। ওপৰত ৰাখি পেলায়।

ভাব কৰা কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটো যি ঠাইত আছে তাৰ পৰা জানিবা তুলি ল'লা ; এতিয়া এনেদৰে আকৌ সেই ঠাইত ৰাখা ; যেনে কখ ভুজ ঠিক কগ ভুজ থকা ঠাইত পৰে আৰু কগ ভুজ ঠিক কখ থকা ঠাইত পৰে ; যেনে লগৰ আকৃতিটোত দেখুৱা আছে।



কখ ভুজ কগ ভুজৰ ঠাইত পৰিলে খ বিন্দু গ বিন্দু থকা ঠাইত পৰি মিলি যাব ; কাৰণ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ দুই ভুজ সমান। সেই লেখিয়া কখ ভুজ কখ ভুজৰ ঠাইত পৰিলে গ বিন্দু খ বিন্দুৰ ঠাইত পৰি মিল হ'ব। আৰু সেই কাৰণে খগ ভূমি গখ ভূমিৰ ঠাইত মিল হৈ পৰিব। কিয়নো, খগ ভূমি গখ ভূমিৰ লগত মিলি নপৰিলে, অৱশ্য বেঁকাহৈ পৰিব আৰু সিহত দুয়ো অখন ঠাই আগুৰিব ; কিন্তু দুটা সৰল ৰেখাই এখন ঠাই আগুৰিব নোৱাৰে, (১০ স্ব) ; এতেকে খগ ভূমি গখ ভূমি ঠাইত পৰি মিলি যাব, আৰু সিহত মিলি গ'লে কখগ কোণ কগখ কোণে সৈতে আৰু কগখ কোণ কখগ কোণে সৈতে মিলিব, আৰু মিলি সমান হ'ব।

অনুমান। সমবাহু ত্রিভুজ সমান কোণি অর্থাৎ যি ত্রিভুজৰ তিনি ভুজ সমান তাৰ তিনো কোণ সমান।

∴ কখ=কগ, ∴ কখগ কোণ=কগখ কোণ (৫ প্র) ; ∴ কুখ=খগ ∴ খকগ কোণ=খগক কোণ সেই মতে কগ=

গখ, ∴ গকখ কোণ=কখগ কোণ সুতৰাং তিনো কোণ পৰস্পৰ সমান।

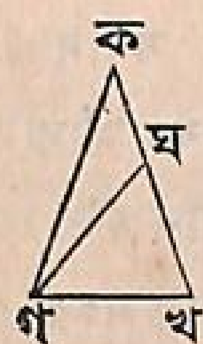
---

৬ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি দুই বিধ।

কোনো ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ সমান হ'লে সেই সমান কোণ দুটাৰ সম্মুখৰ ভুজ দুটাও সমান হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কখগ কোণ কগখ কোণৰ সমান; এতেকে কখ ভুজ কগ ভুজৰ সমান হ'ব।



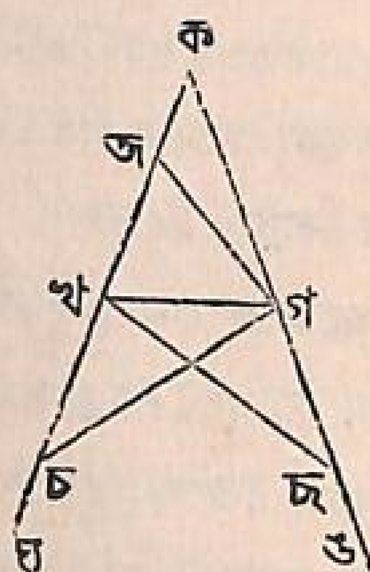
কাৰণ, যদি সিহত সমান নহয় বুলি কোৱা তেন্তে দুইৰো মাজত এটা ডাঙ্গৰ হ'ব। যদি এনে সম্ভৱ, কখ ভুজ জানিবা কগ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ কখ ভুজৰ পৰা কগ ভুজৰ সমান কৰি ঘখ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ) ঘ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কখগ আৰু ঘখগ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কগ ভুজ ঘখ ভুজৰ সমান (ক্ৰিয়া)। খগ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ, এতেকে ঘখ আৰু খগ ভুজ কগ আৰু গখ ভুজে সৈতে সমান; ঘখগ কোণ কগখ কোণৰ সমান (কল্পনা); সুতৰাং কখ ভূমি ঘগ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ)। আৰু কখগ ত্ৰিভুজ ঘখগ ত্ৰিভুজৰ

সমান। কিন্তু ঘখগ ত্রিভুজটো কখগ ত্রিভুজৰ এক অংশহে আৰু অংশ গোটেইটো বস্তুৰ সমান হ'ব নোৱাৰে (৯ স্ব); এতেকে কখ ভুজ কগ ভুজৰ অসমান নহয় অর্থাৎ সমান। অতএব, কোনো ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) যেতিয়া ভুজ দুটা বঢ়াই দিলে ভূমিৰ আন ফালে সংলগ্ন কোণ সমান হয়, তেতিয়াও ত্রিভুজৰ দুই ভুজ সমান হ'ব।

কখগ ত্রিভুজৰ কখ ভুজ, ঘলৈ, কগ ভুজ ঙলৈ বঢ়াই দিয়া। গখঘ কোণ খগঙ কোণৰ সমান। এতেকে, কখ আৰু কগ ভুজ সমান হ'ব।



যদি সমান নহয়, তেন্তে এটা ডাঙ্গৰ হ'ব। কখ, জানিবা, কগ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। জখ ৰেখা কগ ৰেখাৰ সমান কৰি লই জ আৰু গ লগাই দিয়া। খঘ ৰেখাৰ মাজত চ বিন্দু লই পেলায় খচ ৰেখাৰ সমান কৰি গছ কাটি লোৱা (৩ প্র) খ, ছ আৰু গ, চ লগাই দিয়া।

এতিয়া খচ=গছ (ক্রিয়া)। খগ, খগচ আৰু গখছ ত্রিভুজৰ সামান্য ভুজ ∴ খচ+খগ=গছ+খগ, ∴ চখগ কোণ=ছগখ কোণ (কল্পনা), চগ+খছ (৪ প্র) ∴ △ খগছ=

△ গখছ ; বাঁকী খচগ কোণ,=গছখ কোণ, আকৌ জখ+খচ অৰ্থাৎ জচ=কগ+গছ অৰ্থাৎ কচ, চগ=খছ, ∵ জচ+চগ =কছ+ছখ, জচগ কোণ=কছখ কোণ, ∴ ভূমি জগ= ভূমি কখ, ∴ △ জচগ = △ কছখ (৪) ; এতিয়া জচগ ত্ৰিভুজৰ পৰা খগচ, আৰু কছখ ত্ৰিভুজৰ পৰা গখছ এই সমান সমান বস্তু বাদ দিয়া। বাদ দিলে বাঁকী △ জখগ =△ কখগ। কিন্তু জখগ ত্ৰিভুজ কখগ ত্ৰিভুজৰ এক অংশ। আৰু অংশ গোটেইটো বস্তুৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (৯ স্ব)। এতেকে কখ ভুজ কগ ভুজৰ অসমান নহয় অৰ্থাৎ সমান।

অনুমান। সমান কোণি ত্ৰিভুজ সমবাহুক অৰ্থাৎ যি ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ সমান তাৰ তিনো ভুজ সমান।

যেহেতুক, কখগ কোণ=কগখ কোণ ∴ কখ=কগ, ∴ কখগ কোণ=খকগ কোণ ∴ কগ=খগ, ∴ কগখ কোণ =খকগ কোণ .. খক=খগ ; প্ৰত্যেকে তিনো ভুজ পৰস্পৰ সমান।

(খ) ৬ প্ৰতিজ্ঞা বক্ৰ বা ব্যতিৰেকী প্ৰমাণৰ প্ৰথম দৃষ্টান্ত। এই বিলাক প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণ বক্ৰ। ৬, ৮, ১৪, ১৯, ২৫, ২৯, ৩৯, ৪৯।

(গ) ৬ প্ৰতিজ্ঞাটো ৫ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত অৰ্থাৎ ওভোটা। উপপাদ্য প্ৰতিজ্ঞাৰ হে বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা আছে।

এইবোৰ বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা।

৪ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত ৮

৫	প্রতিজ্ঞাৰ	বিপৰীত	৬
১৩	,,	,,	১৪
১২	স্বতঃসিদ্ধৰ	,,	১৭
১৫	প্রতিজ্ঞাৰ	,,	দিয়ানাই
১৮	,,	,,	১৯
২৪	,,	,,	২৫
২৭	প্রতিজ্ঞাৰ	বিপৰীত	২৯
২৮	,,	,,	২৯
৩৪	,,	,,	দিয়ানাই
৩৭	,,	,,	৩৯
৩৮	,,	,,	৪০
৪	,,	,,	দিয়ানাই
৪৭	,,	,,	৪৮

---

৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

প্ৰমাণ তিন বিধ।

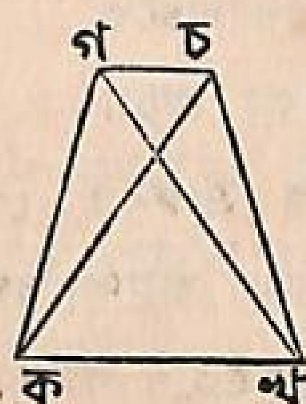
একে ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে এনে দুই ত্রিভুজ হ'ব নোৱাৰে, যাৰ ভূমিৰ এমূৰে সংলগ্ন ভুজ দুটা পৰস্পৰ সমান আৰু ভূমিৰ আন মূৰে সংলগ্ন ভুজ দুটাও পৰস্পৰ সমান।

যদি কোৱা হ'ব পাৰে তেন্তে, কখ একে ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে কখগ আৰু কখচ নামে এনেকুৱা দুটা ত্রিভুজ হওক,

যাৰ কখ ভূমিৰ ক মূৰে সংলগ্ন কগ, আৰু কচ ভুজ যেন পৰস্পৰ সমান আৰু খ মূৰে সংলগ্ন খগ, খচ ভুজ দুটাও পৰস্পৰ সমান। গ আৰু চ সংলগ্ন কৰা।

১ম প্ৰমাণ। যেতিয়া দুয়ো ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ অৰ্থাৎ মূৰ কোণ, দুইৰো বাহিৰে পৰে। যেনে এই আকৃতিত আছে।

কগচ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কগ আৰু কচ ভুজ পৰস্পৰ

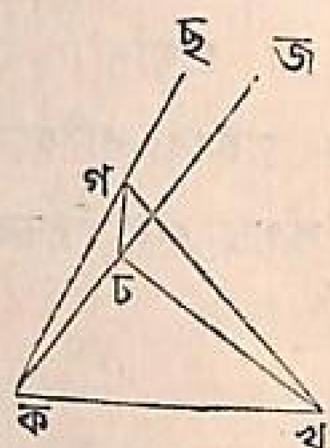


সমান (কল্পনা)। এতেকে কগচ কোণ কচগ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ)। কিন্তু কগচ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ (৯ স্ব)। সুতৰাং কচগ কোণও খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ ; তেন্তে খচগ কোণ খগচ কোণতকৈ অতি ডাঙৰ। আকৌ খগচ এটা ত্ৰিভুজ, তাৰ খগ আৰু খচ ভুজ পৰস্পৰ সমান (কল্পনা) সুতৰাং খগচ কোণ খচগ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ)। কি খচগ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ বুলি ওপৰত প্ৰমাণ কৰা হৈছে ; এতেকে কচগ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰো আৰু তাৰ সমানো এনে অসম্ভৱ। অতএৱ একে ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি।

২য় প্ৰমাণ। যেতিয়া এটা, ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণ আনটোৰ ভিতৰত পৰে, যেনে এই আকৃতিত আছে।

কচ আৰু কগ ভুজ জ আৰু ছ বিন্দুলৈ বঢ়াই দি, চ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কচ আৰু কগ ভুজ পৰস্পৰ সমান। (কল্পনা)



এতেকে, গচ ভূমিৰ আন ফালে সংলগ্ন ছগচ আৰু জচগ কোণ পৰস্পৰ সমান (৫ প্ৰ) কিন্তু ছগচ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) স্থতৰাং জচগ কোণও খগচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। তেন্তে খচগ কোণ খগচ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। আকৌ খগ ভুজ খচ ভুজৰ সমান (কল্পনা) অতএব, খচগ কোণ খগচ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ)। কিন্তু খচগ খগচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ বুলি পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে, এতেকে খচগ কোণ খগচ কোণতকৈ এবেলি ডাঙ্গৰ, এবেলি তাৰ সমান এনে কেতিয়াও হ'ব নোৱাৰে। অতএব একে ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি।

৩য় প্ৰমাণ। যেতিয়া এটা ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণ আনটো ত্ৰিভুজৰ ভুজত পৰে। ইয়াত স্পষ্ট দেখা যায় যে, কখচ ত্ৰিভুজৰ কচ ভুজ কখগ ত্ৰিভুজৰ কগ ভুজৰ এক অংশহে। স্থতৰাং কচ ভুজ কগ ভুজেসৈতে সমান হোৱা অতি অসম্ভৱ কথা (৯ স্ব)। অতএব একে ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি।

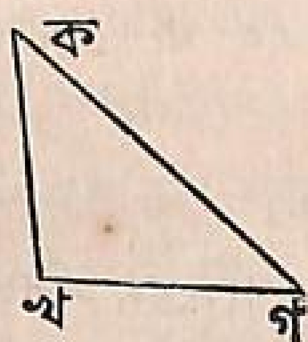
(ক) ৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ ব্যৱহাৰ ৮ প্ৰতিজ্ঞাৰ বাজে আন কতো দেখা নেযায়।

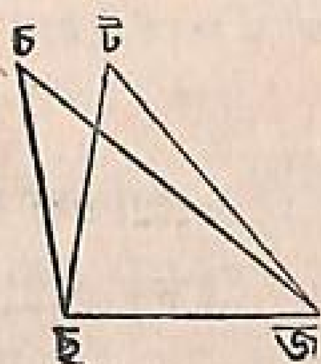
৮ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি নানাবিধ ।

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজেসৈতে সমান হয়, আৰু সিহতৰ ভূমিও যদি সমান হয়, তেন্তে সেই দুই ত্ৰিভুজৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণও সমান হ্‌ব ।

কখগ আৰু চছজ দুটা ত্ৰিভুজ। সিহতৰ কখ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে চছ আৰু চজ ভুজেসৈতে অৰ্থাৎ কখ ভুজ চছ ভুজে





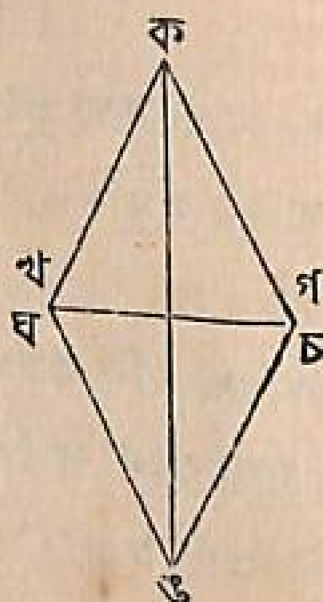
সৈতে আৰু কগ ভুজ চজ ভুজে সৈতে সমান ; আৰু খগ ভূমি ছজ ভূমিৰ সমান। এতিয়া খকগ কোণ ছচজ কোণৰ সমান হ'ব ।

কাৰণ, যদি কখগ ত্ৰিভুজ চছজ ত্ৰিভুজৰ ওপৰত এনেদৰে ৰাখা যায় যেন, খ বিন্দু ছ বিন্দুৰ ওপৰত আৰু খগ ৰেখা ছজ ৰেখাৰ ওপৰত পৰে তেনেহলে গ বিন্দু জ বিন্দুসৈতে মিলিব। কাৰণ, খগ ভূমি ছজ ভূমিৰ সমান (কল্পনা) ; খগ ভূমি ছজ

ভূমি সৈতে মিলিলে কখ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে চছ আৰু চজ ভুজে সৈতে মিলি যাব। কিয়নো খগ ভূমি ছজ ভূমি সৈতে মিলিলে, কখ আৰু কগ ভুজ চছ আৰু চজ ভুজে সৈতে নিমিলি যদি, টছ আৰু টজ যি ভাজে আছে সেই ভাজে পৰে; তেন্তে একে ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে এনে দুটা ত্ৰিভুজ হ'ব, যাৰ ভূমিৰ এমূৰে সংলগ্ন ভুজ দুটা পৰস্পৰ সমান আৰু ভূমিৰ আন মূৰে সংলগ্ন ভুজ দুটাও পৰস্পৰ সমান। কিন্তু তেনে হব নোৱাৰে (৭ প্ৰ)। এতেকে, খগ ভূমি ছজ ভূমি সৈতে মিলিলে কখ আৰু কগ ভুজ চছ আৰু চজ ভুজে সৈতে অৱশ্যই মিলিব। সুতৰাং খকগ কোণও ছচজ কোণে সৈতে মিলিব আৰু তাৰ সমান হ'ব। অতএব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ৮ প্ৰতিজ্ঞাৰ সবল প্ৰমাণ।

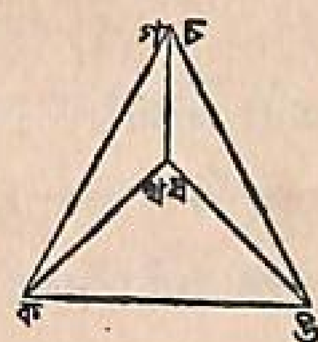
১ম। ত্ৰিভুজ দুটা এনেদৰে ৰাখা যেন সিহতৰ ভূমি মিলি যায়। আৰু এটাৰ শীৰ্ষ কোণ ভূমিৰ ওপৰ ফালে আৰু আনটোৰ শীৰ্ষ কোণ তাৰ তল-ফালে পৰে; আৰু সমান সমান ভুজ একেহাতে থাকে; যেনে এই আকৃতিত আছে। ক আৰু ঙ লগাই দিয়া।



∴ কখ = ঘঙ বা খঙ ∴ খকঙ কোণ = খঙক কোণ (৫ প্ৰ)

আকৌ কগ = চঙ বা গঙ ; ∴ গকঙ কোণ = গঙক কোণ (৫ প্র) ; ∴ খকগ কোণ = খঙগ কোণ (২ স্ব)।

২য়। ত্রিভুজ দুটা এনেদৰে ৰাখা, যেন সিহতৰ ভূমি মিলি যায় ; মুৰ কোণ দুটা তলৈ নামি সমান সমান ভুজ একে বিন্দুৰ পৰা ওলমি থাকে। যেনে এই আকৃতিত আছে। ক আৰু ঙ লগাই দিয়া।



∴ কগ = চঙ বা গঙ ; ∴ গকঙ কোণ = গঙক কোণ (৫ প্র) আকৌ কখ = ঘঙ বা খঙ ; ∴ খকঙ কোণ = খঙক কোণ (৫ প্র)। এতেকে গকঙ কোণ − খকঙ কোণ = গঙক কোণ − খঙক কোণ, অর্থাৎ গকখ কোণ = চঙখ কোণ।

৩য়। ত্রিভুজ দুটা এনেকুৱাকৈ পৰস্পৰ লগাই ৰাখা যেন সিহতৰ ভূমি মিল খায় আৰু মূৰ কোণ ভূমিৰ ওপৰে আৰু তলে পৰে আ[illegible] সমান সমান ভুজ ভূমিৰ একে মূৰে থাকে যেনে এই আকৃতিত আছে।



∴ কখ = ঘঙ বা খঙ ; ∴ খকঙ কোণ = খঙক কোণ (৫ প্র)।

---

৯ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

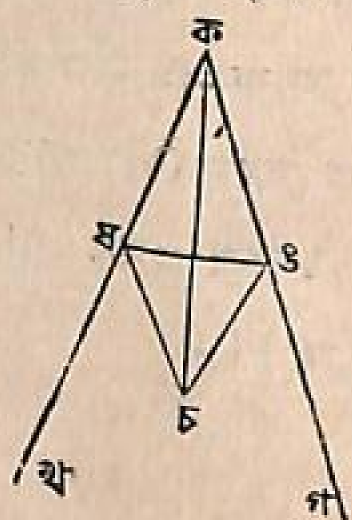
আকৃতি ও বিধ।

এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণ কাটি সমানে দুই খণ্ড কৰিব লাগিব।

খকগ এটা সৰল ৰৈখিক কোণ। ইয়াক কাটি সমানে দুই খণ্ড কৰিব লাগিব।

কখ সৰল ৰেখাত, ঘ নামে এটা বিন্দু লই, কঘ সৰল ৰেখাৰ সমান কৰি কখ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ আৰু ঙ লগাই দিয়া। ঘঙ সৰল ৰেখাৰ যি ফাল, ক বিন্দুৰ পৰা দূৰৈ, সেই ফালে ঘঙ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত, ঘচঙ নামে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা। (১ম প্ৰ) ক আৰু চ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কচ সৰল ৰেখাৰ দ্বাৰাই খকগ কোণটো সমানে দুই খণ্ড হ'ব। কাৰণ, কঘচ আৰু কঙচ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কঘ আৰু কঙ ভুজ সমান (ক্ৰিয়া)। কচ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ; কঘ আৰু কচ ভুজ, ক্ৰমে কঙ আৰু কচ ভুজে সৈতে সমান, আৰু ঘচ ভূমি ঙচ ভূমিৰ সমান আছে। (২৪ সং)। এতেকে



ঘকচ কোণ ঙকচ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ)। অতএব, খকগ

সৰল ৰৈখিক কোণটোক, সমানে দুই খণ্ড কৰি কটা হ'ল। অতএব, এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণ ইত্যাদি।

(ক) "ঘঙ সৰল ৰেখাৰ যি ফাল ক বিন্দুৰ পৰা দূৰৈ, সেই ফালে" এই কথা কই লোৱাৰ তাৎপৰ্য্য যে, ঘচঙ ত্ৰিভুজ, দিয়া কোণটো থকা ফালে অঙ্কিত কৰিলে, ত্ৰিভুজটোৰ মূৰ, কোণটোৰ মূৰে সৈতে মিল খাব পাৰে আৰু মিল খালে সেই ক্ৰিয়া দ্বাৰাই প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ নহ'ব।

(খ) যদি ঘচঙ ত্ৰিভুজ, দিয়া কোণ থকা ফালে অঙ্কিত কৰা যায় আৰু অঙ্কিত কৰিলে সিহতৰ মূৰ দুটা যদি মিলি নেযায়; তেন্তে ত্ৰিভুজটো সেই ফালে অঙ্কিত কৰি প্ৰমাণ কৰিলেও হয়।

(গ) ৯ প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে, সৰল ৰৈখিক কোণক ৪, ৮, ১৬, ৩২, এই লেখিয়া সমান খণ্ড কৰিব পাৰা যায়।

খকগ সৰল ৰৈখিক কোণটো সমান চাৰি খণ্ড কৰি কাটিব লাগিলে প্ৰথমে, তাক কচ সৰল ৰেখাৰে খকচ আৰু গকচ, এই দুই সমান খণ্ড কৰা। কচ সৰল ৰেখাৰ মাজত ট বিন্দু লই, কট, সৰল ৰেখাৰ সমান কৰি কঘ আৰু কঙ কাটি লোৱা। (৩ প্ৰ)। ট, ঘ আৰু ট, ঙ লগাই দিয়া, আৰু টঘ, টঙ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত, ক্ৰমে টছঘ আৰু টজঙ নামে সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ)। কছ আৰু কজ লগাই দি, প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণ মতে প্ৰমাণ কৰা।

---

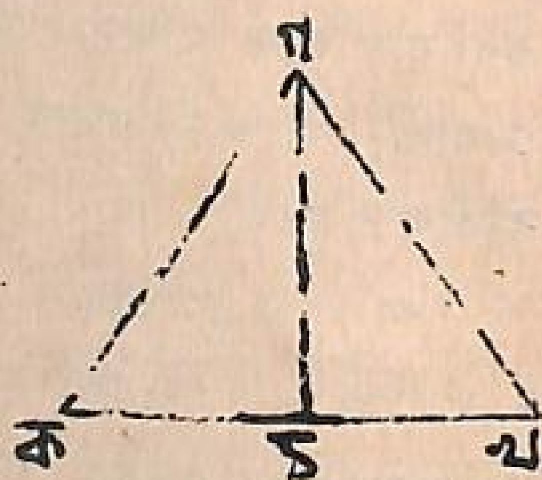
১০ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি দুই বিধ।

এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল ৰেখা কাটি, সমানে দুই খণ্ড কৰিব লাগিব।

কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা, তাক, সমানে দুই খণ্ড কৰি কাটিব লাগিব।

কখ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত কখগ নামে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ)। আৰু কগখ কোণটো গচ সৰল ৰেখাৰে কাটি, সমানে দুই খণ্ড কৰা (৯ প্ৰ); গচ সৰল ৰেখা কখ সৰল ৰেখাৰ লগত চ বিন্দুত মিলিছে। এতিয়া, কখ সৰল ৰেখা চ বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড হ'ব।



কাৰণ কগচ আৰু খগচ ত্ৰিভুজৰ কগ আৰু খগ ভুজ সমান (২৪ সং)। গচ, দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ; কগ আৰু গচ ভুজ, ক্ৰমে খগ আৰু গচ ভুজে সৈতে সমান আৰু কগচ কোণ খগচ কোণৰ সমান (ক্ৰিয়া) এতেকে, কচ ভূমি খচ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ)। সুতৰাং কখ ৰেখাক চ বিন্দুত সমান দুই খণ্ড কৰি কটা হ'ল অতএব, এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

(ক) ১০ প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে কোনো সীমাবান সৰল ৰেখাক ৪, ৮, ১৬, ৩২, এই লেখিয়া সমান খণ্ড কৰি কাটিব পাৰা যায়।

কখ এটা সৰল ৰেখা। তাক সমান চাৰি খণ্ড কৰিব লাগিলে, কখ সৰল ৰেখাটোক প্ৰথমে ঘ বিন্দুত সমানে দুই অংশ কৰা। কঘ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত কঙঘ আৰু খঘ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত খচঘ সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকা (১ প্ৰ)। কঙঘ আৰু খচঘ কোণ দুটা ঙচ আৰু চজ সৰল ৰেখাৰে সমানে দুই খণ্ড কৰি লোৱা (৯ প্ৰ)। এতিয়া, প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণে প্ৰমাণ কৰা।

---

১১ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

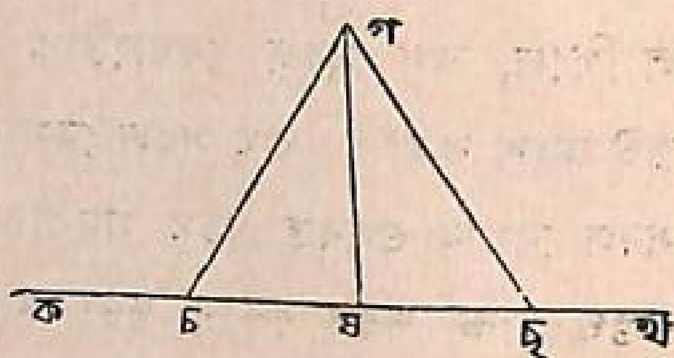
আকৃতি দুই বিধ।

কোনো নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ কোনো নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা, সেই সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা লম্ব টানিব লাগিব।

কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা; আৰু ঘ তাৰ নিৰূপিত

বিন্দু। ঘ বিন্দুৰ পৰা কখ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত, এটা লম্ব টানিব লাগিব।

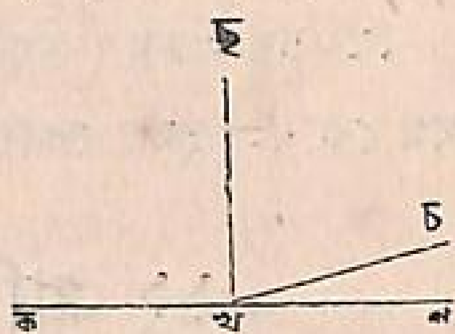
কঘ ৰেখাৰ মাজত চ বিন্দু লই ঘচ ৰেখাৰ সমান কৰি ঘছ কাটি লোৱা (৩ প্র)। চছ ৰেখাৰ ওপৰত, চগছ নামে, এটা সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্র)। ঘ আৰু গ লগাই দিয়া এতিয়া, গঘ সৰল ৰেখা, কখ সৰল ৰেখাৰ লম্ব হ'ব।



কাৰণ ঘচগ আৰু ঘছগ ত্রিভুজৰ ঘচ আৰু ঘছ ভুজ পৰস্পৰ সমান (ক্রিয়া)। ঘগ, দুয়ো ত্রিভুজৰ সামান্য ভুজ ; ঘচ আৰু ঘগ ভুজ ক্রমে ঘছ আৰু ঘগ ভুজৰ সমান ; গচ ভূমি গছ ভূমিৰ সমান আছে (২৪ সং)। এতেকে চঘগ কোণ ছঘগ কোণৰ সমান (৮ প্র) ; কিন্তু এটা সৰল ৰেখা, আন এটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত থিয় হৈ, দুয়ো কালে যি দুই কোণ কৰে, সিহত যদি সমান হয়, তেন্তে, থিয় ৰেখাটোক আন ৰেখাটোৰ লম্ব বোলে (১০ সং)। এতেকে, কখ সৰল ৰেখাৰ গঘ লম্ব ; আৰু তাক, কখ ৰেখাৰ ঘ নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা টনা হ'ল। অতএব, কোনো নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ ইত্যাদি।

অনুমান। দুই সৰল ৰেখাৰ কোনো এক অংশ সামান্য হ'ব নোৱাৰে।

যদি কোৱা হ'ব পাৰে, তেনেহ'লে, কখগ আৰু কখচ জানিবা, দুটা সৰল ৰেখা, আৰু কখ, সিহতৰ সামান্য অংশ অৰ্থাৎ এই অংশটো জানিবা, দুয়ো সৰল ৰেখাৰ উমুহতিয়া। খ বিন্দুৰ পৰা কখ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত, খছ লম্ব টানা। (১১ প্ৰ)।



এতিয়া, কখগ এটা সৰল ৰেখা (কল্পনা) খছ তাৰ লম্ব; এতেকে, কখছ কোণ গখছ কোণৰ সমান (১০ সং); সেই মতে কখচ এটা সৰল ৰেখা, খছ তাৰ লম্ব, এতেকে, কখছ কোণ চখছ কোণৰ সমান (১০ সং)। কখছ কোণ গখছ কোণৰ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে, সুতৰাং গখছ কোণ চখছ কোণৰ সমান (১ স্ব)। কিন্তু, চখছ কোণ গখছ কোণৰ অংশ মাত্ৰ; আৰু অংশ গোটেই বস্তুটোৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (৯ স্ব)। এতেকে কখ, কখগ আৰু কখচ দুয়ো সৰল ৰেখাৰ সামান্য অংশ নহয়।

(ক) যদি নিৰূপিত বিন্দুটো নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ এমূৰে থাকে, তেন্তে সৰল ৰেখাটো সেই মূৰে বঢ়াই লই ক্ৰিয়া কৰিব লাগিব।

(খ) কোনো এটা বিন্দুৰ পৰা কোনো এটা ৰেখালৈ, দুটা সমান সৰল ৰেখা টানিব লাগিব।

কখ ৰেখাৰ ওপৰত গঘ লম্ব টানা (১১ প্ৰ); কঘ ৰেখাৰ ভিতৰত চ বিন্দু লই ঘছ ৰেখা চঘ ৰেখাৰ সমান কৰি লোৱা

(৩ প্র)। গ, চ আৰু গ, ছ সংলগ্ন কৰা; এতিয়া গ বিন্দুৰ পৰা, টনা গচ আৰু গছ পৰস্পৰ সমান হব।

∴ চঘ=ছঘ (ক্রিয়া); ∴ চঘ+গঘ=চঘ+গঘ, ∴ চঘগ কোণ=ছঘগ কোণ (১০ সং); ∴ গচ=গছ (৪ প্র)।

---

১২ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

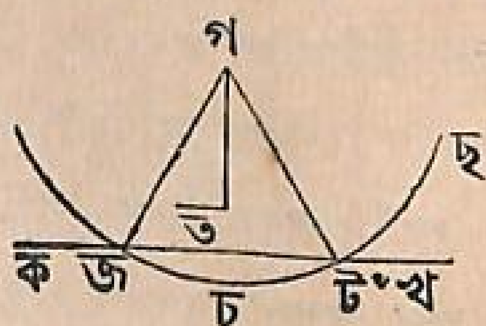
আকৃতি দুই বিধ।

এটা নিৰূপিত অসীম সৰল ৰেখাৰ ওপৰত তাৰ বহিঃস্থ কোনো এক নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা এটা টানিব লাগিব।

কখ এটা নিৰূপিত অসীম সৰল ৰেখা, তাক যিমান দূৰৈ ইচ্ছা সিমান দূৰৈলৈ দুয়ো পোনে বঢ়াব পাৰি। আৰু গ, তাৰ বহিঃস্থ নিৰূপিত বিন্দু। গ বিন্দুৰ পৰা কখ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা লম্ব টানিব লাগিব।

কখ সৰল ৰেখাৰ তলৰ ফালে চ বুলি এটা বিন্দু লোৱা। গ কেন্দ্র কৰি গচ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই, ছটজ নামে এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্ব)।

জ আৰু ট বিন্দুত, কখ কটা পৰিল। জট ৰেখা, ত বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড কৰা (১০ প্র)। গ আৰু ত লগাই দিয়া। এতিয়া, গ ত, ক খ সৰল ৰেখাৰ লম্ব হ'ব। গ, জ আৰু গ, ট সংলগ্ন কৰা।



কাৰণ, জতগ আৰু টতগ দুটা ত্ৰিভুজ। সিহতৰ জত আৰু টত ভুজ পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া) তগ, দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ ; জত আৰু তগ ভুজ ক্ৰমে টত আৰু তগ ভুজে সৈতে সমান আৰু জগ ভূমি, টগ ভূমিৰ সমান (১৫ সং)। এতেকে, জতগ কোণ টতগ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ)। কিন্তু এটা সৰল ৰেখা আন এটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত থিয় হলে যদি তাৰ দুয়ো ফালে হোৱা কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হয়, তেন্তে সেই প্ৰতি কোণক সমকোণ, আৰু থিয় ৰেখাটোক তাৰ লম্ব বোলে (১০ সং)। অতএব, গত লম্ব আৰু তাক, গ নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা কখ নিৰূপিত ৰেখাৰ ওপৰত টনা হ'ল।

(ক) নিৰূপিত সৰল ৰেখাটো "অসীম" বোলাৰ অভি-প্ৰায়ে যে, তেনে নুবুলিলে, বৃত্ত আঁকি বৰ বেলিয়া, তাক, বঢ়াবৰ প্ৰয়োজন হ'ব পাৰে।

(খ) কোনো সৰল ৰেখাই সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ মূৰ কোণ সমানে দুই খণ্ড কৰিলে, তাৰ ভূমিকো সমানে দুই খণ্ড কৰিব আৰু ভূমিৰ লম্ব হ'ব।

∴ কখ=কগ (২৪ সং); ∴ কখ+কঘ=কগ+কঘ, ∴ খকঘ কোণ=গকঘ কোণ (কল্পনা) ; ∴ খঘ=গঘ (৪ প্ৰ) ; ∴ কঘখ কোণ=কঘগ কোণ ; ∴ কঘ লম্ব (১০ সং)।

(গ) কোনো সৰল ৰেখাই, সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমি সমানে দুই খণ্ড কৰিলে, তাৰ মূৰ কোণক সমানে দুই খণ্ড কৰিব আৰু সেই ৰেখাটো ভূমিৰ লম্ব হ'ব।

∴ কখ = কগ ; ∴ কখ + কঘ = কগ + কঘ ; ∴ খঘ = গঘ (কল্পনা) ; খকঘ কোণ = গকঘ কোণ (৮ প্র) ; ∴ কঘখ কোণ = কঘগ কোণ (৪ প্র) ; ∴ কঘ লম্ব (১০ সং)।

(ঘ) কোনো ত্রিভুজৰ মূৰ কোণৰ পৰা লম্ব টানিলে, সেই লম্বে যদি, ত্রিভুজৰ ভূমি, সমানে দুই খণ্ড কৰে ; তেন্তে ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

∴ খঘ = গঘ ; ∴ খঘ + কঘ = গঘ + কঘ ; ∴ কঘখ কোণ = কঘগ কোণ ; ∴ কখ = কগ (৪ প্র) ; ∴ কখঘ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (২৪ সং)।

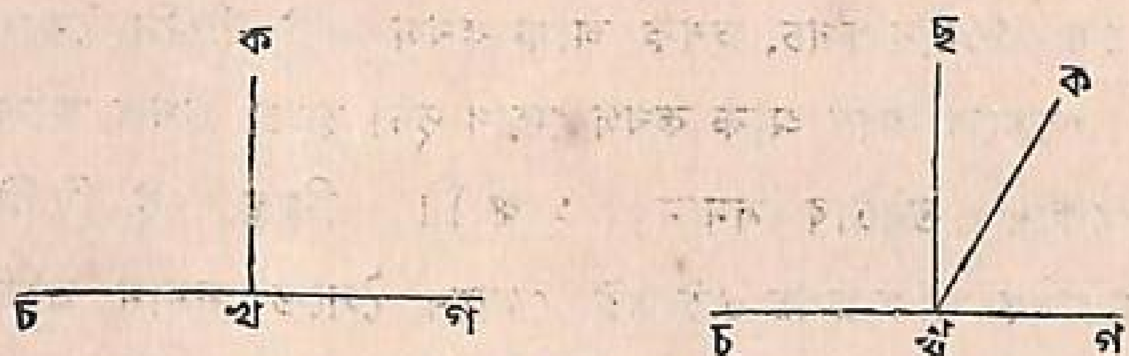
---

১৩ প্রতিজ্ঞা উপপাদ্য।

আকৃতি দুই বিধ।

এটা সৰল ৰেখা আন এটা সৰল ৰেখা সৈতে সংলগ্ন হৈ, একেফালে যি দুই কোণ কৰে, সিহঁত প্রত্যেকে এক সমকোণ হ'ব, নাইবা দুয়ো মিলি দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।

কখ সৰল ৰেখা গচ সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ, একে-ফালে, কখগ আৰু কখচ, এই দুই কোণ কৰিছে, সিহঁত গোটে একোটা সমকোণ হ'ব, নাইবা দুয়ো মিলি দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।



কাৰণ, কখগ কোণ যদি কখচ কোণৰ সমান ; তেন্তে সিহঁত গোটে একোটো সমকোণ (১০ সং)। যদি সমান নহয়, তেন্তে কখ, পোণৰ আকৃতিত যি ভাবে থিয় হৈ আছে তেনে ভাবে নাথাকি, লগৰ আকৃতিত থকা ভাবে থাকিব। খ বিন্দুৰ পৰা গচ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত খছ লম্ব টানা (১১ প্ৰ)।

এতিয়া, গখছ আৰু চখছ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে সমকোণ (১১ সং)। আৰু গখছ গোটাই কোণটো কখগ আৰু কখছ, এই দুই কোণৰ সমান। ছখচ কোণটো সেই সমান সমান কোণে সৈতে যোগ কৰা, অৰ্থাৎ এবাৰ গখছ কোণে সৈতে, এবাৰ কখগ আৰু কখছ এই দুই কোণে সৈতে ; গখছ কোণে সৈতে যোগ কৰিলে গখছ আৰু ছখছ কোণ হয় ; কখগ আৰু কখছ এই দুইয়ো সৈতে যোগ কৰিলে কখগ, কখছ আৰু ছখচ কোণ হয়, এতেকে গখছ আৰু ছচখ কোণ দুটা কখগ, কখছ আৰু ছখচ এই তিনি কোণৰ সমান (২ স্ব) ; আকৌ গোটেই কখচ কোণটো ছখচ আৰু ছখক কোণ দুটাৰ সমান ; পূৰ্ব্বৰ লেখিয়াকৈ কখগ কোণ, এই সমান সমান কোণে সৈতে যোগ কৰা ; যোগ কৰিলে এবাৰ কখচ আৰু কখগ এই দুই

কোণ হয় ; এবাৰ ছখচ, ছখক আৰু কখগ এই তিনি কোণ হয়। এতেকে কখচ আৰু কখগ কোণ দুটা ছখচ, ছখক আৰু কখগ কোণ তিনটাৰ সমান (২ স্ব)। কিন্তু এই তিনি কোণই গখছ আৰু ছখচ এই দুই কোণে সৈতে সমান বুলি ওপৰত প্ৰমাণ কৰা হৈছে। আৰু যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান, সুতৰাং গখছ আৰু ছখচ এই দুই কোণ, কখচ আৰু কখগ এই দুই কোণে সৈতে সমান (১ স্ব) ; কিন্তু গখচ আৰু ছখচ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে সমকোণ ; এতেকে কখচ আৰু কখগ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান। অতএব, এটা সৰল ৰেখা আন এটা সৰল ৰেখা সৈতে ইত্যাদি।

---

১৪ প্ৰতিজ্ঞা— উপপাদ্য।

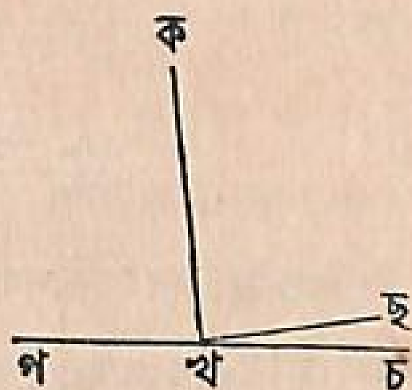
আকৃতি দুই বিধ।

এটা সৰল ৰেখাৰ কোনো বিন্দুত তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা দুটা সৰল ৰেখা আহি সম্মিলিত হ'লে যদি দাঁতিৰ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান হয়, তেন্তে সেই দুই সৰল ৰেখা একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব, কিম্বা দুয়ো একেটা সৰল ৰেখা হ'ব।

কখ সৰল ৰেখাৰ খ বিন্দুত গখ আৰু চখ দুটা সৰল ৰেখা বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি মিলিছেহি, আৰু মিলি পেলায়

কখগ কখচ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে। খগ আৰু খচ একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব।

কাৰণ, যদি কোৱা কখ আৰু খচ একে সৰল ৰেখা হৈ নাথাকে, তেন্তে খছ জানিবা খগ সৈতে একে সৰল ৰেখা হৈ আছে; যদি এনে সম্ভৱ হয়, তেনেহ'লে কখ সৰল ৰেখা গখছ সৰল ৰেখাই সৈতে একে ফালে কখগ আৰু কখছ কোণ কৰিছে;



এই দুই কোণ লগলাগি দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ); কিন্তু কখগ আৰু কখচ কোণও দুই সমকোণৰ সমান বুলি কল্পনা কৰা গৈছে। এতেকে কখগ আৰু কখছ কোণ একত্ৰ কখগ আৰু কখচ কোণৰ সমান। এই দুই সমান বস্তুৱ পৰা কখগ কোণ বাদ দিয়া ; কিয়নো কখগ, দুইবো সামান্য কোণ। বাদ দিলে বাঁকী কখচ কোণ বাঁকী কখছ কোণৰ সমান থাকিব (৩ স্ব); কিন্তু সৰু বস্তু ডাঙৰ বস্তুৱ সমান কেতিয়াও হ'ব নোৱা[illegible] এতেকে খগ সৈতে খছ একে সৰল ৰেখাই থকা নাই। সেই মতে, প্ৰমাণ কৰা যায় যে, খচ বাজে আন কোনো ৰেখা খগ সৰল ৰেখাৰ লগত একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব নোৱাৰে। সুতৰাং খগ আৰু খচ একে ৰেখা হৈ আছে। অথবা কগ আৰু খচ একেটা সৰল ৰেখাহে। অতএব এটা সৰল ৰেখাৰ কোনো বিন্দুত ইত্যাদি।

(ক) "তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা" এনে বোলাৰ কাৰণ

এই যে, দুটা ভিন সৰল ৰেখা সেই বিন্দুত সম্মিলিত হৈ দাঁতিৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিব পাৰে, কিন্তু তেতিয়া সিহঁত একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব নহয়।

---

১৫ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

দুই সৰল ৰেখা পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে, ছেদ বিন্দুত মুৰামুৰি হৈ থকা কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

কখ আৰু ঘঙ দুটা সৰল ৰেখা; দুয়ো ক বিন্দুত কটাকটি কৰিছে; এতিয়া গকঘ কোণ খকঙ কোণৰ আৰু গকঙ কোণ খকঘ কোণৰ সমান হ'ব।

কাৰণ, কগ সৰল ৰেখা ঘকঙ সৰল ৰেখাই সৈতে লগলাগি একে ফালৰ গকঘ আৰু গকঙ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, (১৩ প্ৰ)। সেইদৰে কঙ সৰল ৰেখা খকগ সৰল ৰেখাই সৈতে সংযুক্ত হৈ গকঙ আৰু খকঙ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, (১৩ প্ৰ); এতেকে গকঘ আৰু গকঙ কোণ, একত্ৰ গকঙ আৰু গকখ কোণৰ সমান। এই সমান সমান বস্তুৰ পৰা গকঙ সামান্য কোণ বাদ দিয়া; সুতৰাং বাঁকী গকঘ কোণ বাকী খ ক ঙ কোণৰ সমান; (৩ স্ব); আকৌ, ক ঙ সৰল ৰেখা খ ক গ সৰল ৰেখাই সৈতে



লগলাগি গ ক ঙ আৰু খ ক ঙ কোণ দুটাক একত্ৰ দুই সম-কোণৰ সমান অকিছে (১৩ প্ৰ)। সেই মতে, ক খ সৰল ৰেখা ঘ ক ঙ সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ খ ক ঘ আৰু খ ক ঙ কোণ দুটাকো দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (১৩ প্ৰ)। সুতৰাং গ ক ঙ আৰু খ ক ঙ কোণ, একত্ৰ খ ক ঘ আৰু খ ক ঙ কোণৰ সমান ; এই দুই সমান বস্তুৰ পৰা খ ক ঙ সামান্য কোণ বাদ কাটিলে বাঁকী গ ক ঙ আৰু খ ক ঘ কোণ সমান থাকে (৩ স্ব)। গ ক ঘ আৰু খ ক ঙ কোণ পৰস্পৰ সমান যে, পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে। অতএব, দুই সৰল ৰেখা, ইত্যাদি।

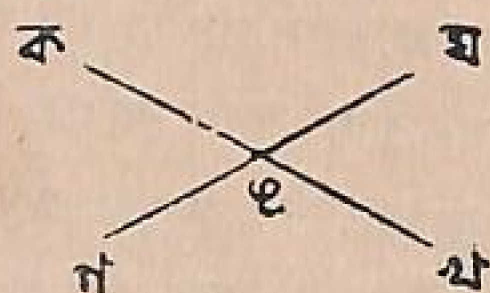
১ম অনুমান।

এই প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা স্পষ্ট বুজা যায় যে, দুটা সৰল ৰেখা কোনো বিন্দুত পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে, সেই বিন্দুত যিবোৰ কোণ উৎপন্ন হয়, সেই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান।

কখ [illegible] গঘ সৰল ৰেখা ঙ বিন্দুত কটাকটি কৰি কঙঘ, খঙঘ, খঙগ, কঙগ আৰু কোণ উৎপন্ন কৰিছে, এই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান।

কাৰণ, কঙ সৰল ৰেখা গঘ সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ কঙগ আৰু কঙঘ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (১৩ প্ৰ)। সেই মতে, খঙ আৰু গঘ সৰল ৰেখা সংলগ্ন হৈ খঙগ আৰু খঙঘ কোণকো দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে

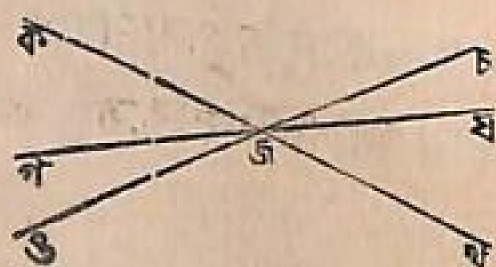
(১৩ প্র)। সুতৰাং কঙঘ, খঙঘ আৰু খঙগ, কঙগ এই আটাই কেইটা কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান।



২য় অনুমান।

কোনো এক বিন্দুত যিমান কি সৰল ৰেখা পৰস্পৰ কটা-কটি কৰি যিমান কি কোণ কৰোক, সেই সেই আটাইবিলাক কোণ চাইটা সমকোণৰ হে সমান।

কখ, গঘ আৰু ঙচ এই তিনটা সৰল ৰেখা জ বিন্দুতে কটাকটি কৰি কজগ, গজঙ, খজঙ, খজঘ, ঘজচ আৰু কজচ এইবোৰ কোণ কৰিছে; এতেকে, এই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ হে সমান।



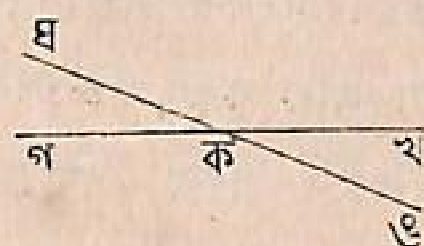
কাৰণ, কজ সৰল ৰেখা গজঘ সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ কজগ আৰু কজঘ কোণ কৰিছে; এতেকে, সিহঁত দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র)। আকৌ, খজ সৰল ৰেখা গজঘ সৰল ৰেখাই সৈতে সংযুক্ত হৈ গজখ আৰু খজঘ কোণক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে। (১৩ প্র)। সুতৰাং সেই আটাইবিলাক কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান।

১৫ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা।

চাইটা সৰল ৰেখা কোনো এক বিন্দুত সংযুক্ত হ'লে যদি মূৰামূৰি হৈ থকা কোণবিলাক পৰস্পৰ সমান হয়, তেন্তে সেই বিন্দুৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি সম্মিলিত হোৱা ৰেখাবোৰ একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব।

কখ, কঙ, কগ আৰু কঘ এই চাইটা সৰল ৰেখা ক বিন্দুত মিলি পেলায় মূৰামূৰি হৈ থকা গকঘ কোণ খকঙ কোণে সৈতে আৰু খকঘ কোণ গকঙ কোণে সৈতে সমান কৰিছে; এতেকে কঘ সৰল ৰেখা কঙ সৰল ৰেখা সৈতে আৰু কগ সৰল ৰেখা কখ সৰল ৰেখা সৈতে একে ৰেখা হৈ থাকিব।

কাৰণ গকঘ কোণ খকঙ কোণৰ আৰু খকঘ কোণ গকঙ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে গকঘ আৰু গকঙ কোণ একত্ৰ খকঙ আৰু খকঘ বা গকঙ কোণৰ সমান। [illegible] গকঘ আৰু গকঙ



কোণ দুটা একত্ৰ দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ) আৰু সিহঁতক কঘ আৰু কঙ সৰল ৰেখা দুটা, বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি গক ৰেখাৰ ক বিন্দুত কৰিছে; এতেকে কঘ আৰু কঙ একে সৰল ৰেখা হৈ আছে (১৪ প্ৰ) সেই লেখিয়া, গকঙ আৰু খকঙ কোণ দুটাক কগ আৰু কখ সৰল ৰেখা, বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি, কঙ ৰেখাৰ ক বিন্দুত কৰিছে; আৰু সিহঁত দুই সমকোণৰ সমান, এতেকে, কগ আৰু কখ

একে সৰল ৰেখাহে আছে। অতএব, চাইটা সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

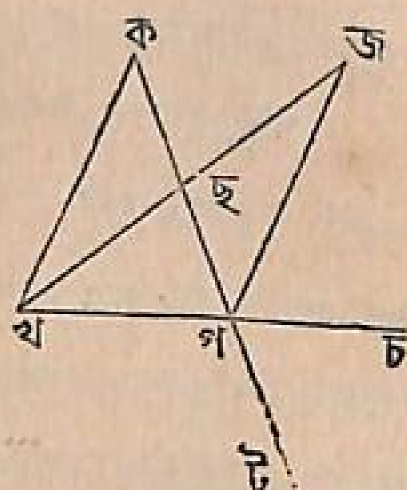
---

১৬ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

কোনো ত্ৰিভুজৰ এক ভুজ বৃদ্ধি কৰিলে বহিঃস্থ কোণ ভিতৰৰ দূৰস্থ প্ৰতি কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ খগ ভুজ চ লৈ বঢ়াই দিয়া। ইয়াত কগচ বহিঃস্থ কোণ, আৰু গকখ, কখগ কোণ দুটা ভিতৰৰ দূৰৈত থকা কোণ। এতিয়া কগচ বহিঃস্থ কোণ, গকখ আৰু কখগ ভিতৰৰ দূৰস্থ প্ৰতি কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।



কগ সৰল ৰেখাক ছ বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড কৰা (১০ প্ৰ) ছখ লগাই দিয়া; আৰু খছ, জ বঢ়াই দি ছজ তাৰ সমান কৰি কাটি লোৱা (৩ প্ৰ) জ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কছ আৰু ছগ সৰল ৰেখা খছ আৰু ছজ সৰল ৰেখা পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া); কখছ ত্ৰিভুজৰ কছ আৰু খছ ভুজ ক্ৰমে জগছ ত্ৰিভুজৰ গছ আৰু ছজ ভুজে সৈতে সমান,

আৰু কছখ কোণ গছজ কোণৰ সমান (১৫ প্র)। সুতৰাং কখ ভূমি জগ ভূমিৰ সমান (৪ প্র); কখছ আৰু জগছ ত্রিভুজ দুটাও সমান আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ ছকখ বা গকখ বাঁকী কোণ জগছ বা জগক বাঁকী কোণৰ সমান। কিন্তু কগচ কোণ জগক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) সুতৰাং কগচ কোণ গকখ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। এই দৰে, খগ ভুজক দুই খণ্ড কৰি আৰু কগ ভুজ ট লৈ বঢ়াই দি, খগট কোণ যে কখগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, তাক প্রমাণ কৰা যায়; কিন্তু খগট আৰু কগচ কোণ পৰস্পৰ সমান (১৫ প্র); এতেকে, কগচ কোণ, কখগ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। অতএব, কোনো, ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ত্রিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ বা বৃহৎ কোণ হ'লে বাকী দুই কোণ প্রত্যেকে সূক্ষ্মকোণ হ'ব।

[illegible]ঘ ত্রিভুজৰ কখগ সমকোণ; গখ ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দিয়া;

∴ কখঘ কোণ=কখগ কোণ (১১ স্ব)। ∴ খকগ কোণ, কখঘ কোণতকৈ সৰু (১৬) ∴ খকগ কোণ কখগ কোণতকৈ সৰু। সেই কাৰণে, খকগ কোণ কখগ কোণতকৈ সৰু। কিন্তু কখগ কোণ=১ সমকোণ; ∴ খকগ বা খগক কোণ, ১ সমকোণতকৈ সৰু।

কখগ ত্রিভুজ কখঘ বৃহৎ কোণ; গখ, ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দি কঙ তাৰ ওপৰত লম্ব টানা (১১ প্র)। ∴ কঙঘ কোণ=

কঙগ কোণ (১০ সং) ; ∴ কখঙ বা কখঘ কোণ, খকগ বা কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। (১৬ প্ৰ) ; আকৌ কঙঘ কোণ, কখগ বা কখঘ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্ৰ)। ∴ কঙঘ কোণ, খকগ বা খগক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; কিন্তু কঙঘ কোণ ১ সমকোণ ; ∴ খকগ বা খগক কোণ ১ সমকোণতকৈ সৰু।

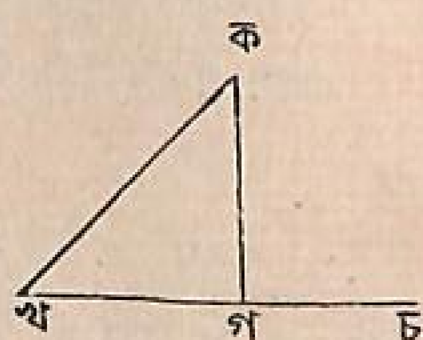
---

১৭ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

কোনো ত্ৰিভুজৰ যি দুই কোণ হওক, একত্ৰ যোগে দুই সমকোণতকৈ সৰু।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ যি দুই কোণ ধৰা, একত্ৰে দুই সমকোণতকৈ সৰু হ'ব। খগ ভুজ চ লৈ বঢ়াই দিয়া।



এতিয়া, কখগ ত্ৰিভুজৰ কগচ বহিঃস্থ কোণ ; খকগ ভিতৰৰ দূৰৈত থকা কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (২৬ প্ৰ) ; এই অসমান বস্তু দুটাৰ লগত কগখ কোণ যোগ কৰা ; এতেকে কগচ আৰু "কগখ কোণ খকগ আৰু কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; কিন্তু কগচ আৰু কগখ কোণ, দুটা, দুই সমকোণৰ

সমান (১৩ প্র); সুতৰাং খকগ আৰু কগখ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু। সেই দৰে কখগ, খগক কোণ একত্ৰ আৰু গকখ, কখগ কোণ একত্ৰ যে, দুই সমকোণৰ সৰু তাকো প্ৰমাণ কৰা যায়। অতএৱ কোনো ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ১৭ প্ৰতিজ্ঞাটো ১২ স্বতঃসিদ্ধৰ বিপৰীত। কিয়নো, ১২ স্বতঃসিদ্ধত লেখে যে, এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিলে একে ফালে থকা ভিতৰৰ কোণ দুটা যদি দুই সমকোণতকৈ সৰু হয়, তেন্তে সেই সৰল ৰেখা দুটা বঢ়ালে যি ফালৰ ভিতৰৰ কোণ দুই সমকোণতকৈ সৰু, সেই ফালে মিল হ'ব। আৰু ১৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ সূত্ৰত কোৱা যাব পাৰে যে, যদি এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাই সৈতে কোনো দুই বিন্দুত সম্মিলিত হয়, অথবা সিহঁতৰ ওপৰত পৰে আৰু সেই সৰল ৰেখা দুটা যদি কোনো এক বিন্দুত মিলে গৈ; তেনেহলে, সেই সৰল ৰেখাটো এই দুই সৰল ৰেখাই সৈতে মিলহৈ একে ফালে যি যি কোণ কৰে, সিহঁত দুই সমকোণতকৈ সৰু হ'ব। ফলে এই কথাই; কিয়নো, ১৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত কগ সৰল ৰেখা কখ আৰু খগ সৰল ৰেখাই সৈতে ক আৰু গ বিন্দুত মিলিছে; সিহঁত দুয়ো আকৌ খ বিন্দুৰ মিল হৈছে গৈ।

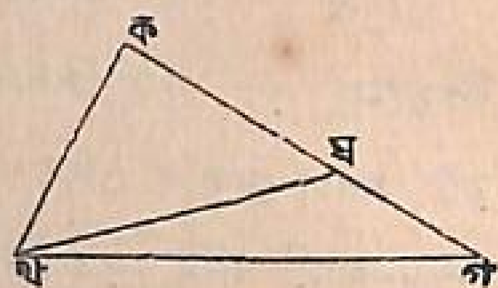
---

১৮ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

ত্ৰিভুজৰ দুটা ভুজৰ মাজত যিটো ডাঙ্গৰ, তাৰ সন্মুখৰ কোণটো সৰু ভুজৰ সন্মুখৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কগ ভুজ কখ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। এতিয়া কগ ভুজৰ সন্মুখৰ কখগ কোণটো কখ ভুজৰ সন্মুখৰ কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।



কখ ভুজৰ সমান কৰি কগ ভুজৰ পৰা কঘ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ); খ আৰু ঘ লগাই দিয়া।

এতিয়া, খগঘ এটা ত্ৰিভুজ; তাৰ গঘ ভুজ ক লৈ বঢ়োৱা আছে, আৰু কঘখ তাৰ বহিঃস্থ কোণ; এতেকে কঘখ বহিঃস্থ কোণ খগঘ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্ৰ)। কিন্তু কঘখ কোণ কখঘ কোণৰ সমান, যে হেতুক কখঘ এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ (৫ প্ৰ); সুতৰাং কখঘ কোণও খগঘ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ; এতেকে কখগ কোণ খগঘ বা কগখ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। অতএব ত্ৰিভুজৰ দুটা ভুজৰ মাজত, ইত্যাদি।

সৰু ভুজটো বঢ়াই দি পেলায়, ডাঙ্গৰ ভুজৰ সমান কৰি লইও প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

কখ সৰু ভুজটো বঢ়াই দি কখ, কগ ভুজৰ সমান কৰি লোৱা (৫ প্ৰ)। গ আৰু ঘ লগাই দিয়া।

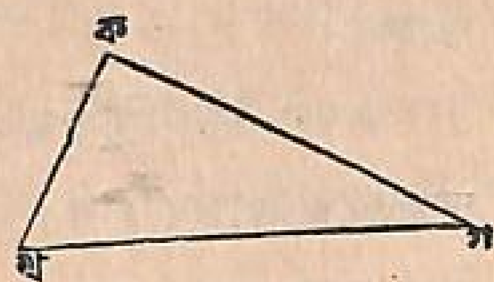
∴ কঘ=কগ (ক্ৰিয়া) ∴ কঘগ কোণ=কগঘ কোণ (৫ প্ৰ)। কিন্তু কখগ কোণ কঘগ কোণতকৈ ডাঙৰ ১৬ প্ৰ); ∴ কখগ কোণ কগঘ কোণতকৈ ডাঙৰ ; ∴ কখগ কোণ কগখ কোণতকৈ ডাঙৰ।

---

১৯ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ মাজত যিটো ডাঙৰ তাৰ সম্মুখৰ ভুজ, সৰু কোণটোৰ সম্মুখৰ ভুজতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কখগ কোণ, কগখ কোণতকৈ ডাঙৰ ; এতেকে, কখগ কোণৰ সম্মুখৰ কগ ভুজ, কগখ কোণৰ সম্মুখৰ কখ ভুজতকৈ ডাঙৰ হ'ব।



কাৰণ, যদি কগ ভুজ কখ ভুজতকৈ ডাঙৰ নহয় বুলি কোৱা, তেনেহলে, কগ ভুজ কখ ভুজৰ সমান হ'ব ; নাইবা তাতকৈ সৰু হ'ব ; কিন্তু কগ ভুজ কখ ভুজৰ সমান নহয় ; কিয়নো, তেনে হোৱা হ'লে, কখগ কোণ, কগখ কোণৰ সমান হ'লহেতেন ; কিন্তু কখগ কোণ কগখ কোণতকৈ ডাঙৰ (কল্পনা) ;

এতেকে, কগ ভুজ কখ ভুজৰ সমান নহয়। আৰু কগ ভুজ কখ ভুজতকৈ সৰুও নহয়, কাৰণ, সৰু হোৱা হলে কখগ কোণ কগখ কোণতকৈ সৰু হ'লহেতেন (১৮ প্ৰ); কিন্তু সৰু নহয় (কল্পনা) এতেকে, কগ ভুজ, কখ ভুজতকৈ সৰু নহয়; পূৰ্ব্বে দেখুৱা হৈছে যে, কগ ভুজ কখ ভুজৰ সমান নহয়; সুতৰাং, কগ ভুজ কখ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। অতএব ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ মাজত ইত্যাদি।

---

২০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

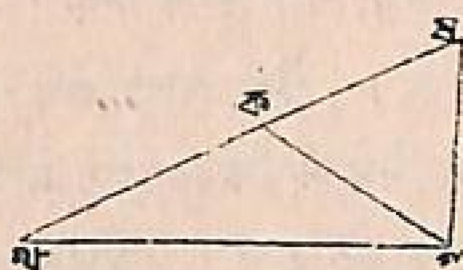
আকৃতি ৩ বিধ।

ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ একত্ৰ যোগে তৃতীয় ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ যি দুই ভুজ ধৰা একত্ৰে তৃতীয় ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব। অৰ্থাৎ কখ আৰু কগ, খগ ভুজতকৈ, কগ আৰু গক, কখ ভুজতকৈ কখ আৰু খগ, কগ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

খক ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দিয়া; আৰু কগ ভুজৰ সমান কৰি কঘ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ), গ আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কগ আৰু কঘ ৰেখা পৰস্পৰ সমান (ক্রিয়া) : এতেকে, কগঘ কোণ কঘগ কোণৰ সমান (৫ প্র)। কিন্তু খগঘ কোণ কগঘ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব); সুতৰাং খগঘ কোণ কঘগ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। আকৌ, খঘগ এটা



ত্রিভুজ ; তাৰ খগঘ কোণ, খঘগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; আৰু ডাঙ্গৰ কোণৰ সম্মুখৰ ভুজ, সৰু কোণৰ সম্মুখৰ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ ; এতেকে, খঘ ভুজ, কগ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ (১৭ প্র)। কিন্তু খঘ ভুজ কখ আৰু কগ ভুজ দুটাৰ সমান ; সুতৰাং কখ আৰু কগ ভুজ, খগ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। এই দৰে, অবশিষ্ট কখ আৰু খগ ভুজ, কগ ভুজতকৈ, কগ, আৰু খগ ভুজ, কখ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ প্রমাণ হয়। অতএব, ত্রিভুজৰ দুই ভুজ ইত্যাদি।

(ক) এই প্রতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে প্রমাণ কৰিব পাৰিব যে, কোনো ত্রিভুজৰ দুই ভুজৰ অন্তৰ, তৃতীয় ভুজতকৈ ন্যূন। কখগ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ কখ ভুজ যেন, কগ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ। কগ ভুজৰ সমান কৰি কঘ কাটি লোৱা ; গ আৰু ঘ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কখ ভুজৰ পৰা, কগ ভুজৰ সমান অংশ কঘ বাদ কাটিলে বাকী খঘ থাকে ; এই খঘ ৰেখা খগ ভুজতকৈ ন্যূন হ'ব।

∴ কঘ=কগ আৰু কখ, কগ+খগ তকৈ সৰু (২০ প্ৰ)। ∴ কখ—কঘ, কগ+খগ—কগ তকৈ সৰু, অৰ্থাৎ খঘ, খগ তকৈ সৰু (৫ স্ব)।

(খ) কখ আৰু কগ সৰল ৰেখাৰ ক মূৰবিন্দু খগ সৰল ৰেখাৰ যিমান কি ওচৰত নাথাওক কিয়, সিহঁত দুয়ো, তাতকৈ ডাঙৰ হ'বই হ'ব। অথবা যিমান কি দূৰৈ হওক, দুটা বিন্দু লই সৰল ৰেখা টানিলে সেই দূৰতা সকল দূৰতাতকৈ ন্যূন।

---

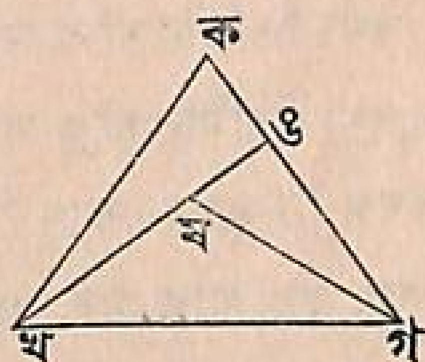
২১ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

ত্ৰিভুজৰ কোনো এক ভুজৰ দুই মূৰৰ পৰা, যদি তাৰ অন্তৰস্থ কোনো বিন্দুলৈ, দুটা সৰল ৰেখা টানা যায়, তেন্তে এই দুই সৰল ৰেখা একত্ৰে ত্ৰিভুজৰ আন দুই ভুজতকৈ সৰু হ'ব; কিন্তু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণ, ভুজ দুটাৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। খগ ভুজৰ খ আৰু গ মূৰৰ পৰা, তাৰ অন্তৰস্থ ঘ বিন্দু লৈ খঘ আৰু গঘ দুটা সৰল ৰেখা টানা। এই দুই সৰল ৰেখা একত্ৰে, কখ আৰু কগ ভুজ দুটাতকৈ সৰু হ'ব; কিন্তু খঘগ কোণতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

খঘ বঢ়াই দিয়া ; আৰু খঘ বাঢ়ি যাই, কগ ভুজৰ ঙ বিন্দুত মিলক গৈ।



এতিয়া, কখঙ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ কখ আৰু কঙ ভুজ, খঙ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ (২০ প্র) এই দুই অসমান বস্তুৰ লগত ঙগ যোগ কৰা ; এতেকে, কখ আৰু কগ একত্র, খঙ আৰু গঙ এই দুটাতকৈ ডাঙ্গৰ (৪ স্ব)। আকৌ গঘঙ এটা ত্রিভুজ, তাৰ গঙ আৰু ঘঙ ভুজ, গঘ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ (২০ প্র) এই দুই অসমান বস্তুৰ লগত খঘ যোগ দিয়া ; এতেকে খঙ আৰু গঙ একত্রে, গঘ আৰু খঘ এই দুটাতকৈ ডাঙ্গৰ (৪ স্ব)। কিন্তু কখ আৰু কগ এই দুটা খঙ আৰু গঙ এই দুটাতকৈ ডাঙ্গৰ বুলি ওপৰত প্রমাণ হৈছে ; এতেকে, কখ আৰু কগ এই দুটা খঘ আৰু গঘ এই দুটাতকৈ অতি ডাঙ্গৰ।

আকৌ গঘচ ত্রিভুজ ; তাৰ ঙঘ ভুজ খ লৈ বঢ়োৱা আছে, এতেকে, খঘগ বহিঃস্থ কোণ গঙখ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্র) ; সেই লেখিয়া কখঙ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ কঙ ভুজ গ লৈ বঢ়োৱা আছে, এতেকে খঙগ বহিঃস্থ কোণ, খকগ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, (১৬ প্র) ; কিন্তু খঘগ কোণ, খঙগ কোণতকৈ যে ডাঙ্গৰ তাক আগেয়ে দেখুৱা গৈছে ; এতেকে খঘগ কোণ খকগ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। অতএব ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) কোনো ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ্‌লৈ, তাৰ অন্তৰস্থ কোনো বিন্দুৰ পৰা, সৰল ৰেখা টানিলে, ত্রিভুজৰ ভুজ তিনিটা, সৰল ৰেখা তিনিটাতকৈ ডাঙৰ হ'ব ; কিন্তু ভুজ তিনিটাৰ অৰ্দ্ধ, সৰল ৰেখা তিনিটাতকৈ সৰু হ'ব।

কখগ ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটালৈ, তাৰ অন্তৰস্থ ঘ বিন্দুৰ পৰা কঘ, খঘ আৰু গঘ, এই তিনিটা সৰল ৰেখা টানা।

∴ কখ + কগ, খঘ + গঘ তকৈ ডাঙৰ (২১ প্র), আকৌ কখ + খগ, কঘ + গঘ তকৈ ডাঙৰ (২১ প্র); আকৌ কগ + খগ, কঘ + খঘ তকৈ ডাঙৰ (২১ প্র)।

∴ ২ কখ + ২ কগ + ২ খগ, ২ কঘ + ২ খঘ + ২ গঘ তকৈ ডাঙৰ, ∴ কখ + কগ + খগ, কঘ + খঘ + গঘ তকৈ ডাঙৰ (৫ স্ব)।

∴ কখ, কঘ + খঘ তকৈ সৰু (২০ প্র)। আকৌ কগ, কঘ + গঘ তকৈ সৰু (২০ প্র)। আকৌ, খগ, খঘ + গখ তকৈ সৰু (২০ প্র) ∴ কখ + কগ + খগ, ২ কঘ + ২ খঘ + ২ গঘ তকৈ সৰু ; ∴ ১/২ কখ + ১/২ কগ + ১/২ খগ, কঘ + খঘ + গঘ তকৈ সৰু (৫ স্ব)।

---

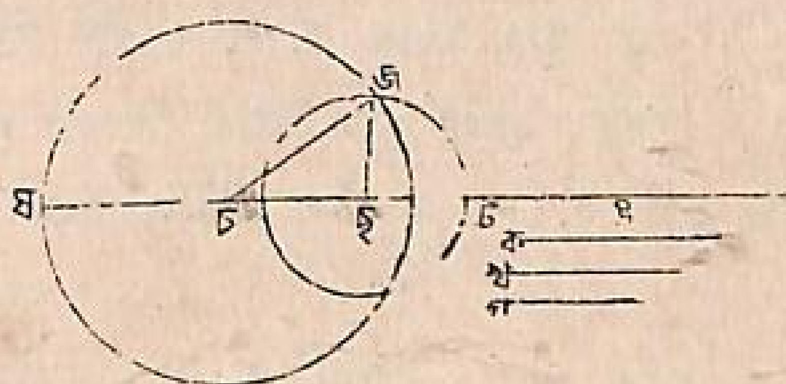
২২ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

এনে এটা ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰিব লাগিব, যে তাৰ ভুজ তিনিটা যেন তিনিটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ সমান হয়; কিন্তু সেই সৰল ৰেখা তিনিটাৰ যি দুটা একত্ৰ ধৰা, তৃতীয়টোতকৈ যেন ডাঙ্গৰ হয়।

ক, খ আৰু গ তিনিটা সৰল ৰেখা। সিহঁতৰ যি দুটা একত্ৰ লোৱা তৃতীয়টোতকৈ ডাঙ্গৰ, অৰ্থাৎ ক, খ একত্ৰে গ ৰেখাতকৈ, ক, গ একত্ৰে খ ৰেখাতকৈ খ, গ একত্ৰে ক ৰেখাতকৈ ডাঙ্গৰ।

এতিয়া, এনে এটা ত্ৰিভুজ সাজিব লাগিব যেন, তাৰ ভুজ তিনিটা ক, খ, গ এই ৰেখা তিনিটাৰ সমান হয়।



ঘঙ নামে এটা সৰল ৰেখা টানা। এই ৰেখাটো ঘ বিন্দুৰ পোনে সীমাবান অৰ্থাৎ সেই পোনে বাঢ়িব নোৱাৰে, কিন্তু ঙ বিন্দুৰ পোনে অসীম অৰ্থাৎ এই পোনে যিমান বঢ়োৱা সিমান বাঢ়িব।

ক ৰেখাৰ সমান কৰি ঘচ, খ ৰেখাৰ সমান কৰি চছ, আৰু গ ৰেখাৰ সমান কৰি ছট, কাটি লোৱা (৩ প্ৰ) ; চ বিন্দু কেন্দ্ৰ কৰি চঘ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই, ঘজঝ নামে বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী)। আকৌ ছ বিন্দু কেন্দ্ৰ কৰি, ছট ব্যাসাৰ্দ্ধ লই, টজঝ বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী) ; জ বিন্দুত, দুয়ো বৃত্ত কটাকটি কৰিছে। চ, জ আৰু ছ, জ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া, চছজ ত্ৰিভুজৰ ভুজ তিনিটা ক, খ, গ সৰল ৰেখা তিনিটাৰ সমান হ'ব।

কাৰণ, চ বিন্দু ঘজঝ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে চঘ আৰু চজ সমান (১৫ সং)। কিন্তু চঘ, ক সৈতে সমান (ক্ৰিয়া)। সুতৰাং চজ, ক সৈতে সমান। আকৌ, ছ বিন্দু টজঝ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ এতেকে ছট আৰু ছজ সমান (১৫ সং)। কিন্তু ছট, গ সৈতে সমান (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং ছজ, গ সৈতে সমান। আৰু চছ, খ সৈতে সমান কৰি লোৱা হৈছে ; এতেকে চজ, চছ আৰু ছজ তিনোটা ভুজ, ক্ৰমে ক, খ, গ এই তিনটা সৰল ৰেখাৰ সমান। এতেকে চছজ এনে এটা ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা হ'ল, যাৰ তিনি ভুজ ক, খ, গ এই তিনি নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ সমান।

(ক) চ, ঝ আৰু ছ, ঝ বিন্দু সংলগ্ন কৰিলে দ্বিতীয় আকৃতি হ'ব।

(খ) গ ৰেখাতকৈ ক আৰু খ ডাঙ্গৰ ধৰি লোৱাৰ তাৎপৰ্য্য এই যে, চ কেন্দ্ৰ কৰি আঁকা বৃত্তটো, ছ কেন্দ্ৰ কৰি আঁকা বৃত্তৰ ভিতৰত সম্পূৰ্ণ কৈ নপৰে যেন ; ক ৰেখাতকৈ খ আৰু গ এই

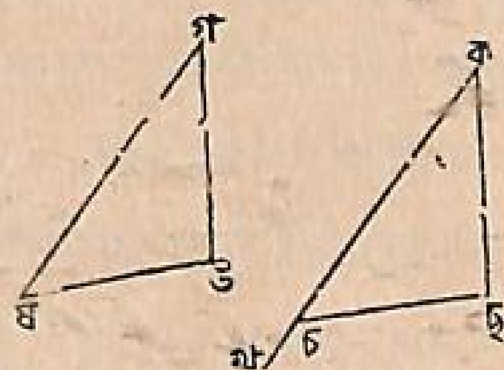
নিমিত্তে ডাঙ্গৰ বুলি লইছে যে, ছ কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা, বৃত্তটো চ কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা বৃত্তৰ ভিতৰত সম্পূৰ্ণ কৈ নপৰিব। আৰু খ ৰেখাতকৈ ক আৰু গ ডাঙ্গৰ ধৰি যে ল'লে, তাৰ অভিপ্ৰায় দুয়ো বৃত্ত যেন সম্পূৰ্ণ কৈ দুইৰো বাহিৰ হৈ নপৰে। কিয়নো তেনে দৰৰ আকৃতি হ'লে প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ নহ'ব।

---

২৩ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাত কোনো নিৰূপিত বিন্দুত, এটা নিৰূপিত সৰল, ৰৈখিক কোণৰ সমান কৰি, এটা কোণ সাজিব লাগিব।

কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা, ক, তাৰ নিৰূপিত বিন্দু আৰু ঘগঙ, নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণ। এতিয়া, কখ সৰল ৰেখাৰ ক বিন্দুত ঘগঙ সৰল ৰৈখিক কোণৰ সমান কৰি এটা কোণ সাজিব লাগিব।



গঘ আৰু গঙ সৰল ৰেখাত ঘ আৰু ঙ দুটা বিন্দু লই দুইকো সংলগ্ন কৰা (১ স্বী) কখ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত কচছ নামে এটা ত্ৰিভুজ এনেদৰে সাজা যেন তাৰ কচ, চছ আৰু কছ ভুজ তিনিটা ক্ৰমে গঘ, ঘঙ, গঙ সৰল ৰেখা তিনিটাৰ সমান হয়,

অৰ্থাৎ কচ, গঘ সৈতে, চছ, ঘঙ সৈতে আৰু কছ, গঙ সৈতে (২২ প্ৰ)।

এতিয়া, কচছ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কচ আৰু কছ ভুজ প্ৰত্যেকে গঘঙ ত্ৰিভুজৰ গঘ আৰু গঙ ভুজৰ সমান; আৰু চছ ভূমি ঘঙ ভূমিৰ সমান। এতেকে, চকছ কোণ ঘগঙ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ) অতএব, কখ নিৰূপিত ৰেখাৰ ক নিৰূপিত বিন্দুত ঘগঙ সৰল ৰৈখিক কোণৰ সমান চকছ কোণ সজা হ'ল।

---

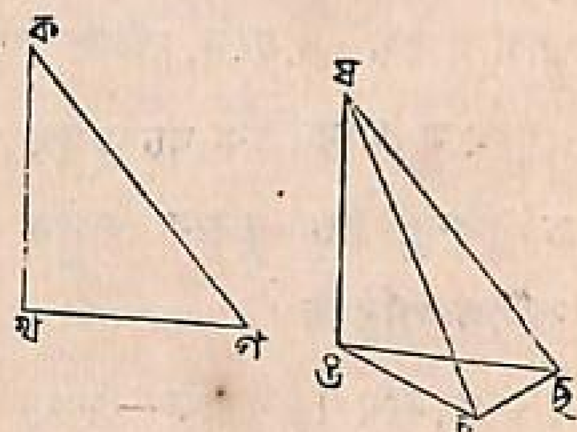
২৪ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

প্ৰমাণ ও বিধ।

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজে সৈতে সমান হয়, কিন্তু যদি এটাৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণ আনটোৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণতকৈ ডাঙৰ হয়, তেন্তে যি ত্ৰিভুজৰ কোণ ডাঙৰ, তাৰ ভূমি আন ত্ৰিভুজৰ ভূমিতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

কখগ আৰু ঘঙচ দুটা ত্ৰিভুজ। কখগ ত্ৰিভুজৰ কখ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে, ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ ঘঙ আৰু ঘচ ভুজৰ সমান, অৰ্থাৎ কখ ভুজ ঘঙ ভুজেসৈতে, আৰু কগ ভুজ ঘচ ভুজেসৈতে

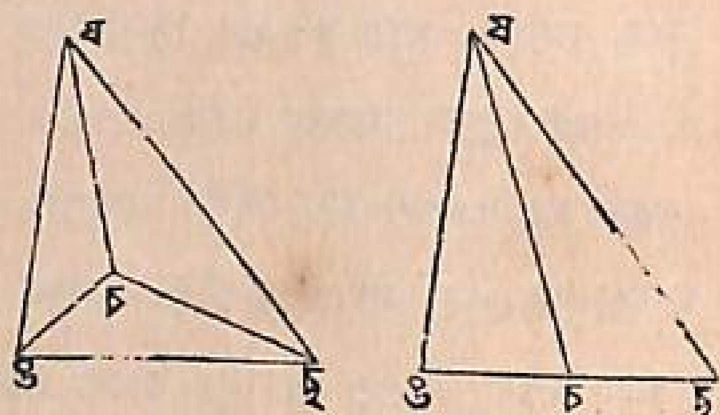
সমান। কিন্তু খকগ কোণ ঙঘচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, এতেকে, খগ ভূমি ঙচ ভূমিকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।



ঘঙচ ত্রিভুজৰ ঘঙ আৰু ঘচ ভুজ দুটাৰ মাজত ঘঙ জানিবা ঘচ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ নহয়। ঘঙ ভুজৰ ঘ বিন্দুত ঘচ থকা কালে খকগ কোণৰ সমান কৰি ঙঘছ কোণ সাজা (২৩ প্র), আৰু ঘছ ৰেখ্যাটো ঘচ বা কগ ভুজৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্র)। ঙ, ছ আৰু চ, ছ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, ঘঙছ ত্রিভুজৰ ঘঙ আৰু ঘছ ভুজ ক্রমে কখগ ত্রিভুজৰ কখ আৰু কগ ভুজৰ সমান ; আৰু ঙঘছ কোণ খকগ কোণৰ সমান (ক্রিয়া) ; সুতৰাং ঙছ ভূমি খগ ভূমিৰ সমান (৪ প্র), আকৌ ঘচছ এটা ত্রিভুজ, তাৰ ঘচ আৰু ঘছ ভুজ পৰস্পৰ সমান (ক্রিয়া)। এতেকে, ঘছচ কোণ ঘচছ কোণৰ সমান (৫ প্র)। কিন্তু ঘচছ কোণ ঙছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) ; সুতৰাং ঘচছ কোণও ঙছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। এতেকে, ঙচছ কোণ ঙছচ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। আকৌ, ছঙচ এটা ত্রিভুজ, তাৰ ঙচছ কোণ ঙছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, আৰু ডাঙ্গৰ কোণৰ সম্মুখৰ ভুজও ডাঙ্গৰ ; এতেকে, ঙছ ভুজ ঙচ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ (১৯ প্র) ; কিন্তু ঙছ আৰু খগ সমান বুলি আগৈ দেখুৱা গৈছে ; সুতৰাং খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ। অতএব যদি এটা ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) "ঘঙ জানিবা ঘচ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ নহয়" এনে ক'ই লোৱাৰ উদ্দেশ্য এই যে, তেনে নক'লে আৰু দুই বিধ প্ৰমাণ হয়; যেনে, তলত দিয়া হৈছে।



১ম আকৃতিক ঘচ ভুজৰ চ বিন্দু ঙচ ভুজৰ ওপৰ ফালে পৰিছে।

প্ৰমাণ। ঘছ+ছঙ, ঘচ+চঙ তকৈ ডাঙ্গৰ (২১ প্ৰ); কিন্তু ঘচ=ঘছ (ক্ৰিয়া)। ∴ ঘছ+ছঙ−ঘছ, ঘচ+চঙ−ঘচ তকৈ ডাঙ্গৰ; অৰ্থাৎ ঙছ, ঙচ তকৈ ডাঙ্গৰ। ২য় আকৃতিত ঘচ ভুজৰ চ বিন্দু ঙছ ভুজত পৰিছে।

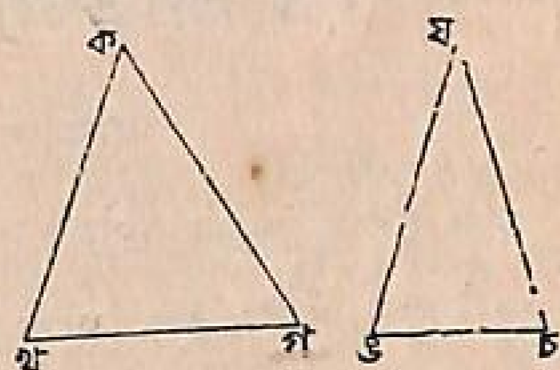
প্ৰমাণ। স্পষ্ট দেখা যায় যে, ঙচ, ঙছ ভুজৰ সমান এক অংশ, ∴ ঙছ, ঙচ তকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব)।

---

২৫ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

যদি দুই ত্ৰিভুজৰ এটাৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আনটোৰ দুই ভুজে সৈতে সমান হয়, কিন্তু যদি এটাৰ ভূমি আনটোৰ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ হয়, তেন্তে যি ত্ৰিভুজৰ ভূমি ডাঙ্গৰ তাৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণও আন ত্ৰিভুজৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কখগ আৰু ঘঙচ দুই ত্ৰিভুজ। কখগ ত্ৰিভুজৰ কখ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ ঘচ আৰু ঘচ ভুজে সৈতে সমান অৰ্থাৎ কখ, ঘঙ সৈতে আৰু কগ, ঘচ সৈতে সমান। কিন্তু খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ। এতেকে, খকগ কোণ ঙঘচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।



কাৰণ, যদি কোৱা কখগ কোণ ঙঘচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ নহয়, তেন্তে হয় তাৰ সমান হব, নাইবা তাতকৈ সৰু হ'ব। কিন্তু খকঘ কোণ ঙঘচ কোণৰ সমান নহয়; কিয়নো সমান হোৱা হ'লে খগ ভূমি ঙচ, ভূমিৰ সমান হ'লহেতেন (৪ প্ৰ)। কিন্তু, খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ (কল্পনা [illegible] এতেকে খকগ কোণ ঙঘচ কোণৰ সমান নহয়। [illegible]আৰু তাতকৈ সৰুও নহয়, কাৰণ, তেনে হোৱা হ'লে খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ সৰু হ'লহেতেন (২৪ প্ৰ), কিন্তু খগ ভূমি ঙঘচ ভূমিতকৈ সৰু নহয় (কল্পনা); এতেকে খকগ কোণ ঙচ কোণতকৈ সৰু নহয়। পূৰ্ব্বে দেখুৱা হৈছে যে, খকগ কোণ ঙঘচ কোণৰ সমান নহয়; সুতৰাং খকগ কোণ ঙঘচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। অতএব, যদি দুই ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

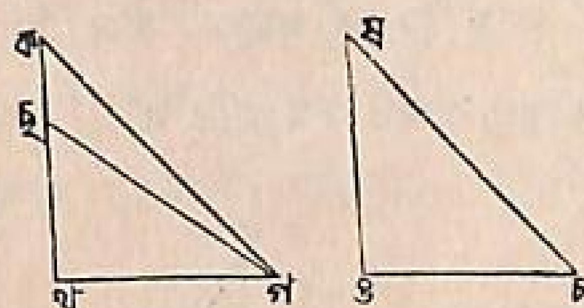
---

২৬ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি দুই ত্ৰিভুজৰ এটাৰ দুই কোণ ক্ৰমে আনটোৰ দুই কোণে সৈতে সমান হয়, আৰু যদি এটা ২ ভুজও সমান হয়, অৰ্থাৎ সমান সমান কোণ দুটাৰ মধ্যস্থ ভুজ অথবা সিহঁতৰ সম্মুখস্থ এটা ২ ভুজ সমান হয়; তেন্তে এটা ত্ৰিভুজৰ অবশিষ্ট দুই ভুজ ক্ৰমে আনটোৰ অবশিষ্ট দুই ভুজৰ সমান হ'ব। আৰু তৃতীয় কোণ সমান হ'ব।

কখগ আৰু ঘঙচ দুই ত্ৰিভুজ। কখগ ত্ৰিভুজৰ কখগ আৰু কগখ কোণ দুটা ক্ৰমে, ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ ঘঙচ আৰু ঘচঙ কোণে সৈতে সমান আছে; অৰ্থাৎ কখগ কোণ ঘঙচ কোণে সৈতে আৰু কগখ কোণ ঘচঙ কোণে সৈতে সমান আছে; আৰু এটা এটা ভুজও সমান আছে। ১ম, যি ভুজ, সমান সমান কোণৰ মধ্যস্থ অৰ্থাৎ খগ আৰু ঙচ ভুজ সমান আছে বুলি ধৰা যাওক। এতিয়া, ত্ৰিভুজ দুটাৰ আন দুই ভুজ অৰ্থাৎ কখ, ঘঙ সৈতে কগ, ঘচ সৈতে সমান হ'ব আৰু খকগ তৃতীয় কোণ, ঙঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান হ'ব।

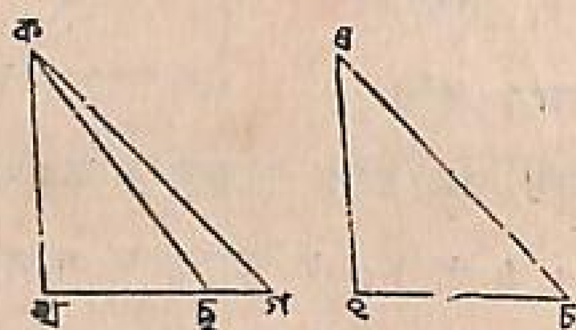


যদি কখ ভুজ, ঘঙ ভুজৰ সমান নহয় বুলি কোৱা, তেনেহলে ছুইৰো মাজত এটা ডাঙ্গৰ হ'ব; কখ, জানিবা ঘঙ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ; ঘঙ ভুজৰ সমান কৰি খছ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ); ছ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, ছখগ আৰু ঘঙচ ছুটা ত্ৰিভুজ; সিহঁতৰ ছখ ভুজ ঘঙ সৈতে খগ ভুজ ঙচ সৈতে সমান; আৰু ছখগ কোণ খঙচ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, ছগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ); আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ কোণ সমান অৰ্থাৎ ছগখ কোণ ঘচঙ কোণৰ সমান। কিন্তু, কগখ কোণ ঘচঙ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে ছগখ কোণও কগখ কোণৰ সমান (১ স্ব); কিন্তু সৰু বস্তু যে, ডাঙ্গৰ বস্তুৰ সমান, এনে অসম্ভৱ। এতেকে, কখ আৰু ঘঙ অসমান নহয় অৰ্থাৎ কখ, ঘঙ সমান। সুতৰাং কখগ আৰু ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ কখ ভুজ ঘঙ ভুজৰ, খগ ভুজ ঙচ ভুজৰ সমান আৰু কখগ কোণ ঘঙচ কোণৰ সমান, অতএব কগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ)। আৰু খকগ তৃতীয় কোণ ঙঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান।

২য়, ত্ৰিভুজ ছুটাৰ সমান সমান কোণৰ সম্মুখস্থ এটা ভুজ অৰ্থাৎ কখ ভুজ ঘঙ ভুজে সৈতে সমান সমান বুলি ধৰা যাওক। পূৰ্ব্বৰ দৰে কগ ভুজ ঘচ ভুজে সৈতে আৰু খগ ভুজ

ঙচ ভুজে সৈতে সমান হ'ব, আৰু খকগ তৃতীয় কোণ ঙঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান হ'ব।



খগ ভুজ ঙচ ভুজে সৈতে সমান নহয় বুলি যদি কোৱা, তেন্তে দুটাৰ এটা নিশ্চয় ডাঙৰ হ'ব। খগ জানিবা ঙচ ভুজতকৈ ডাঙৰ। খছ, ঙচ ভুজৰ সমান কৰি লই ক আৰু ছ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কছখ আৰু ঘচঙ দুটা ত্ৰিভুজ; সিহঁতৰ কখ ভুজ ঘঙ ভুজৰ, খছ ভুজ ঙচ ভুজৰ সমান আৰু কখছ কোণ ঘঙচ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, কছ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ); আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ কছখ কোণ আৰু ঘচঙ কোণ সমান। কিন্তু ঘচঙ কোণ কগখ কোণৰ সমান (কল্পনা) সুতৰাং কগখ কোণ কছখ কোণৰও সমান। কিন্তু কছখ কোণ কছগ ত্ৰিভুজৰ বহিঃস্থ কোণ; আৰু কগখ তাৰ দূৰস্থ ভিতৰ কোণ; এতেকে, বহিঃস্থ কোণ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হ'ব নোৱাৰে (১৬ প্ৰ); সুতৰাং খগ আৰু ঙচ অসমান নহয় অৰ্থাৎ সিহঁত সমান। এতেকে, কখগ আৰু ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ, কখ, ঘঙ ভুজৰ, খগ, ঙচ ভুজৰ

সমান ; আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্ত্তী কখগ আৰু ঘঙচ কোণ সমান, সুতৰাং কগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র)। আৰু খকগ তৃতীয় কোণ ঙঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান। অতএব, যদি দুই ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

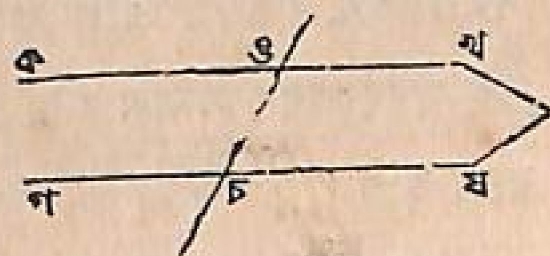
---

২৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিলে যদি বিপৰ্য্যস্ত অৰ্থাৎ ওলোটা কোণ যোৰ সমান হয়, তেন্তে সেই সৰল ৰেখা দুটা পৰস্পৰ সমান্তৰাল হ'ব।

ঙচ সৰল ৰেখা কখ আৰু গঘ সৰল ৰেখা দুটাৰ ওপৰত পৰি [illegible] আৰু ঙচঘ ওলোটা কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান কৰিছে, এতেকে, কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল হ'ব।



যদি বোলা, কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল নহয়, তেন্তে বঢ়ালে সিহঁত ক, গ মূৰেই হওক বা খ, ঘ মূৰেই হওক এমূৰে নিশ্চয় মিলিব। এনে যদি সম্ভৱ হয়, তেন্তে খ আৰু ঘ মূৰে বঢ়াই দিয়া যাওক আৰু বাঢ়ি যাই সিহঁত ছ বিন্দুত মিলি খাওক।

এতিয়া, ঙচছ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ ছঙ ভুজ, ক বিন্দুলৈ বঢ়োৱা আছে, এতেকে, কঙচ বহিঃস্থ কোণ ঙচছ দূৰস্থ ভিতৰ

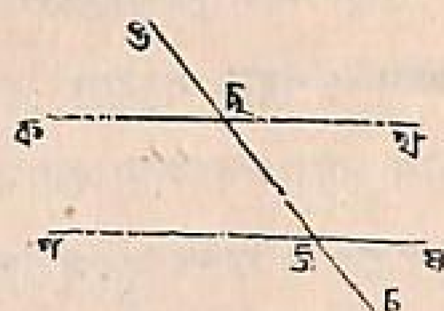
কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্র)। কিন্তু কঙচ কোণ ঙচছ কোণৰ সমান (কল্পনা); সুতৰাং কঙচ কোণ ঙচছ কোণৰ সমানো আৰু তাতকৈ ডাঙ্গৰো এনে অসম্ভৱ ; এতেকে, কখ আৰু গঘ, বঢ়ালে খ, ঘ মূৰে মিল নাখায়। সেই লেখিয়া ক, গ মূৰে বঢ়ালে যে মিল হ'ব তেনেও নহয় ; কিন্তু যি যি সৰল ৰেখা একে সমধৰাতলত আছে আৰু বঢ়োৱা মানে কেতিয়াও মিল নাখায়, সিহঁতক সমান্তৰাল ৰেখা বোলে ; সুতৰাং কখ আৰু গঘ পৰস্পৰ সমান্তৰাল। অতএৱ এটা সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

---

২৮ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিলে যদি সেই ৰেখাৰ একে ফালৰ বহিঃস্থ কোণ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হয়, কিম্বা, একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা একত্র যোগে দুই সমকোণৰ সমান হয়, তেন্তে, সেই দুই সৰল ৰেখা সমান্তৰাল হ'ব।

ঙচ সৰল ৰেখা কখ আৰু গঘ সৰল ৰেখা দুটাৰ ওপৰত পৰি একে ফালৰ ঙছখ বহিঃস্থ কোণটোক ছজঘ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান কৰিছে, কিম্বা একে ফালৰ খছজ আৰু ছজঘ দূৰস্থ ভিতৰ কোণ দুটাক একত্র যোগে দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে ; এতিয়া, কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল হ'ব।



কাৰণ, ঙছখ কোণ ছজঘ কোণৰ সমান (কল্পনা)। আৰু ঙছখ কোণ কছক কোণৰ সমান (১৫ প্র); এতেকে কছজ কোণ ছজঘ কোণৰ সমান (১ স্ব)। আৰু সিহঁত বিপর্য্যস্ত কোণ এতেকে, কখ আৰু গঘ সমন্তৰাল (২৭ প্র)।

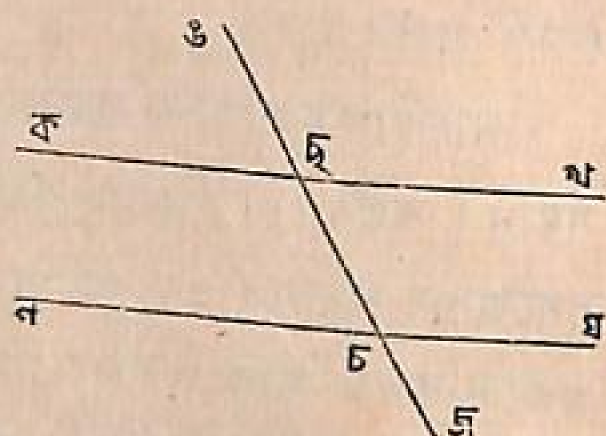
আকৌ খছজ আৰু ছজঘ কোণ দুটা একত্রে দুই সমকোণৰ সমান (কল্পনা)। আৰু কছজ, খছজ কোণও একত্রে দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র)। এতেকে, খছজ, ছজঘ কোণ একত্রে কছজ আৰু খছজ কোণৰ সমান। এই দুই সমান বস্তুৰ পৰা খছজ সামান্য কোণ বাদ দিয়া, সুতৰাং কছজ অৱশিষ্ট কোণ ছজঘ অৱশিষ্ট কোণৰ সমান (৩ স্ব); আৰু সিহঁত বিপর্য্যস্ত কোণ এতেকে, কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল (২৭ প্র)। অতএব, এটা সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

---

২৯ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

যদি কোনো সৰল ৰেখা, দুটা সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰে, তেনেহলে সিহঁতৰ বিপর্য্যস্ত কোণ দুটা সমান হ'ব ; আৰু একে ফালৰ বহিঃস্থ কোণ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হ'ব ; আৰু একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা একত্র যোগে দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।

ঙজ সৰল ৰেখা কখ আৰু গঘ এই দুই সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিছে ; এতেকে কছচ আৰু ছচঘ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হ'ব ; আৰু একে ফালৰ বহিঃস্থ ঙছখ কোণ ছচঘ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হ'ব আৰু একে ফালৰ খছচ আৰু ছচঘ ভিতৰ কোণ দুটা একত্র যোগে দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।



প্রথমতঃ। যদি কোৱা কছচ আৰু ছচঘ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা সমান নহয়, তেন্তে এটা আনটোতকৈ নিশ্চয় ডাঙৰ হ'ব। যদি এনে সম্ভৱ, কছচ কোণ, ছচঘ কোণতকৈ ডাঙৰ বুলি ধৰা যাওক। এতিয়া এই দুই অসমান বস্তুৰ লগত খছচ কোণ যোগ কৰা, এতেকে, কছচ আৰু খছচ কোণ ছচঘ আৰু খছচ কোণতকৈ ডাঙৰ (৪ স্ব)। আৰু, কছচ আৰু খছচ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র)। সুতৰাং ছচঘ আৰু খছচ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু। কিন্তু এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিলে, যদি একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু হয়, তেনেহলে সেই দুটা সৰল ৰেখা বৃদ্ধি কৰিলে যি ফালৰ ভিতৰ কোণ, দুই সমকোণতকৈ সৰু সেই ফালে মিলিব। এতেকে, কখ আৰু গঘ সৰল ৰেখা দুটা বঢ়ালে খ, ঘ মূৰে মিল হ'ব (১২ স্ব)। কিন্তু সিহঁত

কেতিয়াও নিমিলে, কিয়নো, সিহঁত সমান্তৰাল সৰল ৰেখা (কল্পনা) ; এতেকে কছচ আৰু ছচঘ কোণ দুটা অসমান নহয় অৰ্থাৎ সমান।

দ্বিতীয়তঃ। কছচ কোণ ঙছখ কোণৰ সমান (১৫ প্ৰ) আৰু কছচ কোণ ছচঘ কোণ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে ; এতেকে, ঙছখ বহিঃস্থ কোণ ছচঘ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান।

তৃতীয়তঃ। ওপৰত কোৱা হৈছে যে, ঙছখ কোণ ছচঘ কোণৰ সমান, এই সমান সমান বস্তুয়ে সৈতে খছচ কোণ যোগ দিয়া। এতেকে ঙছখ আৰু খছচ কোণ একত্ৰে খছচ আৰু ছচঘ কোণৰ সমান (২ স্ব)। কিন্তু ঙছখ আৰু খছচ কোণ দুটা, দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ)। সুতৰাং খছচ আৰু ছচঘ কোণ দুটাও দুই সমকোণৰ সমান। আৰু সিহঁত দুই সৰল ৰেখাৰ একে ফালে থকা ভিতৰ কোণ। অতএব, যদি কোনো সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

---

৩০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

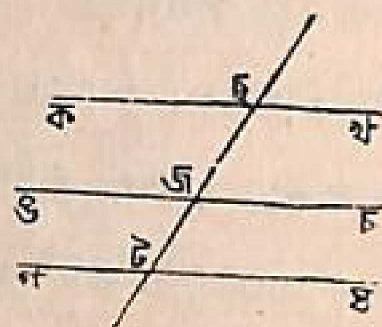
আকৃতি ২ বিধ।

যি যি সৰল ৰেখা কোনো এটা সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল সিহঁত পৰস্পৰ সমান্তৰাল।

কখ আৰু গঘ সৰল ৰেখা প্ৰত্যেকে ঙচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল, এতিয়া কখ আৰু গঘ দুয়ো সমান্তৰাল হ'ব।

ছজট সৰল ৰেখা কখ, ঙচ, গঘ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰোক।

কখ আৰু ঙচ গঘ সমান্তৰাল সৰল ৰেখা; ছজট সিহঁতৰ ওপৰত পৰিছে; এতেকে, কছজ আৰু ছজচ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান (২৯ প্ৰ)। আকৌ ঙচ



আৰু গঘ দুটা সমান্তৰাল সৰল ৰেখা, ছজট সিহঁতৰ ওপৰত পৰিছে, এতেকে ছজচ আৰু চটঘ কোণ সমান (২৯ প্ৰ); আৰু কছজ কোণ ছজচ কোণৰ সমান বুলি পূৰ্ব্বে দেখুৱা হৈছে, এতেকে, কছট কোণ ছটঘ কোণৰ সমান আৰু সিহঁত বিপৰ্য্যস্ত কোণ, সুতৰাং কখ আৰু গঘ সৰল ৰেখা পৰস্পৰ সমান্তৰাল। অতএব যি যি সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

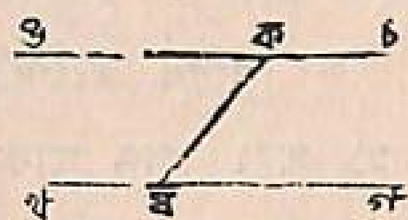
---

৩১ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিৰূপিত বিন্দুৰ মাজেদি, এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি এটা সৰল ৰেখা টানিব লাগিব।

ক এটা নিৰূপিত বিন্দু, আৰু খগ নিৰূপিত সৰল ৰেখা। ক বিন্দুৰ মাজেদি খগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল এটা সৰল ৰেখা টানিব লাগিব।

খগ ৰেখাত খ বিন্দু লই, ক সৈতে লগাই দিয়া ; কঘ ৰেখাৰ ক বিন্দুত কঘগ কোণৰ সমান কৰি ঘকঙ কোণ সাজা (২৩ প্র)। আৰু ঙক, চ লৈ বঢ়াই দিয়া। এতিয়া ঙচ সৰল ৰেখা খগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব।



কাৰণ কঘ ৰেখা, খগ আৰু ঙচ ৰেখা দুটাৰ ওপৰত পৰি ঙকখ আৰু কঘগ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান কৰিছে, এতেকে ঙচ সৰল ৰেখা খগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল (২৪ প্র) ; সুতৰাং ক নিৰূপিত বিন্দুৰ মাজেদি খগ নিৰূপিত ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঙচ সৰল ৰেখা টানা হ'ল। ইতি।

---

৩২ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

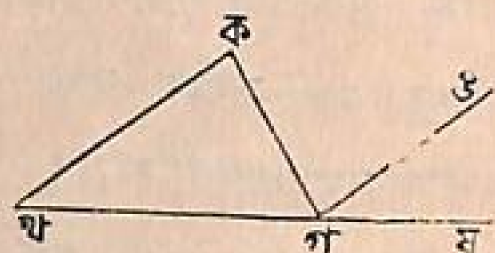
আকৃতি ৩ বিধ।

কোনো ত্রিভুজৰ এটা ভুজ বঢ়াই দিলে বহিঃস্থ কোণ দূৰস্থ ভিতৰ কোণ দুটাৰ সমান হ'ব ; আৰু প্রতি ত্রিভুজৰ তিনোটা ভিতৰ কোণ একত্র যোগে দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।

কখগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ খগ ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দিয়া ; এতিয়া কগঘ বহিঃস্থ কোণ, গকখ আৰু কখগ দূৰস্থ ভিতৰ

কোণ দুটাৰ সমান হ'ব আৰু কখগ, খগক, গকখ ভিতৰ কোণ তিনিটা একত্রে দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।

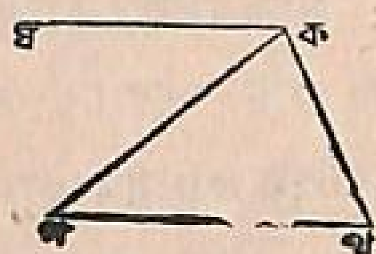
গ বিন্দুৰ মাজেদি খক ভুজৰ সমান্তৰাল কৰি গঙ টানা (৩১ প্র); গঙ আৰু কখ পৰস্পৰ সমান্তৰাল; কগ ৰেখা সিহঁতৰ লগত সম্মিলিত হৈছে, এতেকে, কগঙ আৰু খকগ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা সমান (২৯ প্র)। আকৌ, গঙ আৰু কখ সমান্তৰাল, খঘ ৰেখা সিহঁতৰ লগত সম্মিলিত হৈছে, এতেকে, ঙগঘ বহিঃস্থ কোণ কখগ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান (২৯ প্র); কগঙ কোণ খকগ কোণৰ সমান বুলি পূৰ্ব্বে প্রমাণ হৈছে, সুতৰাং কগঘ গোটেই কোণটো খকগ আৰু কখগ কোণ দুটাৰ সমান (২ স্ব)।



আকৌ, কগঘ কোণ, খকগ আৰু কখগ কোণ দুটাৰ সমান, এই দুই সমান বস্তুয়ে সৈতে কগখ কোণ যোগ দিয়া এতেকে কগঘ আৰু কগখ কোণ খকগ, কখগ, আৰু কগখ এই তিনি কোণৰ সমান (২ স্ব); কগঘ আৰু কগখ কোণ, দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র); সুতৰাং কখগ, খকগ আৰু কগখ কোণও একত্রে দুই সমকোণৰ সমান (১ স্ব); অতএব, কোনো ত্রিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ত্রিভুজৰ ভিতৰ কোণ তিনিটা যে একত্র যোগে, দুই সমকোণৰ সমান তাক, ত্রিভুজটোৰ ভুজ নবঢ়োৱাকৈও

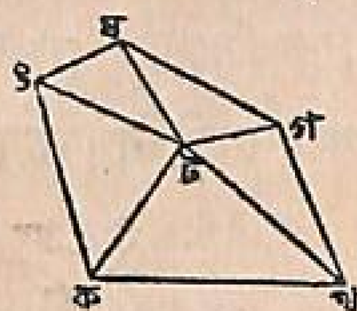
প্ৰমাণ কৰিব পাৰি। যেনে, কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ, ক মূৰৰ পৰা খগ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কঘ টানা (৩১ প্ৰ)।



ঘকগ কোণ=কগখ কোণ (২৯ প্ৰ) ∴ ঘকগ কোণ+খকগ কোণ+কখগ কোণ=কগখ কোণ +কখগ কোণ+খকগ কোণ (৩ স্ব); কিন্তু ঘকগ কোণ+খকগ কোণ+কখগ কোণ=২ সমকোণ (২৯ প্ৰ); ∴ কখগ+কগখ কোণ+খকগ কোণ =২ সমকোণ।

১। অনুমান। কোনো সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভিতৰ কোণবোৰ, সেই ক্ষেত্ৰৰ ভুজ দুগুণ কৰি তাৰ পৰা চাৰি বাদ দিলে যিমান থাকে সিমান সমকোণৰ সমান।

কখগঘঙ এটা সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰ; তাৰ পাঁচোটা ভুজ।

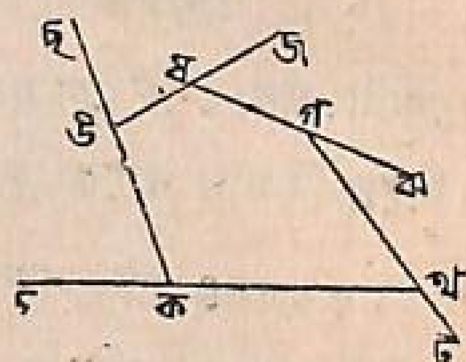


পাঁচক দুগুণ কৰিলে দহ, দহৰ পৰা চাৰি বাদ কাটিলে ছয় হয়; এতেকে, কখগ, খগঘ, গঘঙ, ঘঙক, ঙকখ, এই ভিতৰ কোণবোৰ ছয় সমকোণৰ সমান হ'ব।

ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰত, ট বিন্দু লই, ট, ক, খ; ট, গ; ট, ঘ; আৰু ট, ঙ সংলগ্ন কৰা। সংলগ্ন কৰাত পাঁচোটা ত্ৰিভুজ হৈছে; আৰু প্ৰতি ত্ৰিভুজৰ ভিতৰ কোণবোৰ দুই সমকোণৰ সমান (৩২ প্ৰ); এতেকে, এই ত্ৰিভুজ পাঁচোটাৰ ভিতৰ

কোণ, দহ সমকোণৰ সমান। কিন্তু ভিতৰ কোণ বোলোতে ট বিন্দুৰ চাৰিও ফালৰ কোণ কেইটাও তাৰ মাজত ধৰা হৈছে ; আৰু সিহঁত চাৰি সমকোণৰ সমান (২ অ, ১৫ প্ৰ) ; এতেকে সেই দহোটা সমমোণৰ পৰা এই চাইটা সমকোণ বাদ কাটিলে ছয় সমকোণ থাকে ; সুতৰাং এই সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণবোৰ ছয় সমকোণৰ সমান।

২। অনুমান। কোনো সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভুজবোৰ একে মুখে বঢ়াই দিলে, বাহিৰৰ ফালে যিমান কোণ হয়, সেই আটাইবোৰ চাইটা সমকোণৰ সমান।



কখগঘঙ এটা পঞ্চভুজ সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰ। তাৰ ভুজ পাঁচোটা একে মুখে চ, ছ, জ, ঝ, ট বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া। বঢ়াই দিয়াত বাহিৰৰ ফালে যিবোৰ কোণ হৈছে, সিহঁত একত্ৰ চাৰি সমকোণৰ সমান হ'ব।

কাৰণ, ঙক, ঘঙ, গঘ, খগ আৰু কখ সৰল ৰেখাবিলাক ক্ৰমে, চখ, কছ, জঙ, ঘঝ আৰু গট সৰল ৰেখাবিলাকে সৈতে সংলগ্ন হৈ দাঁতিৰ কোণবিলাকক দুই দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (১৩ প্ৰ)। এতেকে, এই আটাইবিলাক কোণ একত্ৰে দহ সমকোণৰ সমান, কিন্তু এই দহোটা সমকোণে সৈতে ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণবোৰও গণ্য হৈছে আৰু এই ভিতৰ কোণ ছয় সমকোণৰ সমান (১ অনুঃ) ; সুতৰাং

দহৰ ছয় গল থাকিল চাৰি, বাহিৰ কোণবিলাক একত্ৰ চাৰি সমকোণৰ সমান।

৩২ প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্য লই তলত লিখা বিষয়বোৰ সহজে প্ৰমাণ হয়।

(ক) কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ যদি আন দুটা কোণৰ যোগফলৰ সমান হয়, তেন্তে সেই কোণটো সমকোণ।

কখগ ত্ৰিভুজৰ কখগ কোণ খকগ আৰু খগক কোণ দুটাৰ সমান, কখগ কোণ সমকোণ হ'ব।

কখগ কোণ=খকগ কোণ=খগক কোণ=২ সমকোণ (৩২ প্ৰ); কিন্তু কখগ কোণ=খকগ কোণ+খগক কোণ (কল্পনা); কখগ কোণ=১ সমকোণ।

(খ) সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতি কোণৰ পৰিমাণ এক সম-কোণৰ $\frac{২}{৩}$। ∴ ত্ৰিভুজৰ ৩ কোণ=২ সমকোণ (৩২ প্ৰ); আৰু সমবাহু ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ পৰস্পৰ সমান (অ, ৫ প্ৰ); ∴ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ১ কোণ=$\frac{২}{৩}$ সমকোণ।

(গ) সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ থাকিলে বাকী সমান কোণ দুটা প্ৰত্যেকে এক সমকোণৰ $\frac{১}{২}$।

∴ ৩ কোণ=২ সমকোণ: ∴ ১ কোণ=১ সমকোণ: ∴ দুই কোণ=১ সমকোণ; আৰু তাহাতে পৰস্পৰ সমান; ∴ ১ কোণ=$\frac{১}{২}$ সমকোণ।

(ঘ) সমান কোণি সবল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ যিমান ভুজ

আছে, জানা থাকিলে, তাৰ ভিতৰ কোণবোৰ প্ৰত্যেকে কিমান ডাঙ্গৰ জানিব পাৰি।

কখগঘঙচ এটা ষড়ভুজ সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰ তাৰ ভিতৰ কোণ ছয়টা পৰস্পৰ সমান।

∴ ভিতৰ কোণ=৮ সমকোণ (১ অ, ৩২ প্ৰ); আৰু সিহঁত ছয়োটা পৰস্পৰ সমান ; ∴ ৮÷৬=১⅓ সমকোণ।

(ঙ) সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভিতৰ কোণবোৰ যিমান সমকোণৰ সমান জানা থাকিলে, তাৰ ভুজ কিমান জানা যায়।

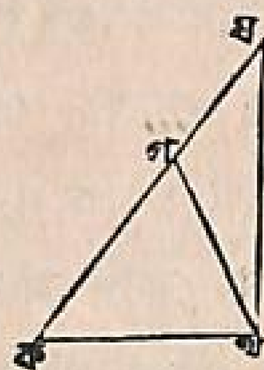
ওপৰত কোৱা সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণ আঠ সমকোণৰ সমান। ∴ ৮ সমকোণ+৪ সমকোণ=১২ সমকোণ ১২÷২=৬ ভুজ।

(চ) যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ একত্ৰ আৰু কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণে সৈতে সমান হয়, তেন্তে সিহঁতৰ তৃতীয় কোণ সমান হ'ব।

কাৰণ, কখগ ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনটা ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমান (১১ স্ব) ; কাৰণ, সিহঁতৰ দুই দুই সমকোণৰ সমান (৩২ প্ৰ)। আৰু এটাৰ কখগ আৰু কগখ কোণ দুটা আনটোৰ ঘঙচ আৰু ঘচঙ কোণ দুটাৰ সমান দিয়া আছে ; এই সমান সমান কোণ দুটা, প্ৰতি ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ পৰা বাদ দিলে এটাৰ খকগ তৃতীয় কোণ আনটোৰ ঙঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান থাকিব (৩ স্ব)।

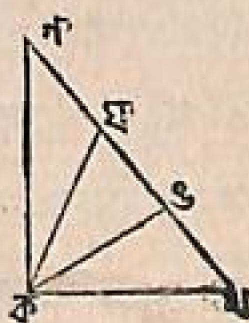
(ছ) কোনো নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ মূৰ বিন্দুৰ পৰা, ১১ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিনা সাহায্যে তাৰ ওপৰত লম্ব টানিব পাৰি।

কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা, তাৰ খ মূৰ বিন্দুৰ পৰা এটা লম্ব টানিব লাগিব। কখ ৰেখাৰ ওপৰত কগখ সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ); কগ বঢ়াই দি গঘ, কগ ৰেখাৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ আৰু খ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া, ঘখ কখ ৰেখাৰ লম্ব হ'ব।



∴ গখঘ কোণ=গঘখ কোণ, আৰু কখগ কোণ=গকখ কোণ (৫ প্ৰ); কখঘ কোণ=খকঘ কোণ+কঘখ কোণ (২ স্ব); আৰু ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ দুই সমকোণৰ সমান (৩২ প্ৰ); খকঘ কোণ+কঘগ কোণ=১ সমকোণ; আৰু, কঘখ কোণ=১ সমকোণ; ∴ খঘ তাৰ লম্ব (১০ সং)।

(জ) কোনো সমকোণক সমানে তিনি খণ্ড কৰিব লাগে। খকগ এটা সমকোণ। খ আৰু গ সংলগ্ন কৰা; কখ ৰেখাৰ ওপৰত কখঘ সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১প্ৰ), খকঘ কোণ ঙক-ৰে সমান দুই খণ্ড কৰা (৯ প্ৰ)।

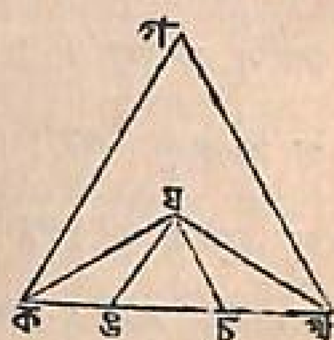


∴ খকগ কোণ=১ সমকেণে (কল্পনা); খকঘ কোণ=⅔ সমকোণ (৩২ প্ৰ, অ, ৫ প্ৰ) ∴ ঘকঙ কোণ আৰু খকঙ

প্ৰত্যেকে = ⅓ সমকোণ, কাৰণ সিহঁত সমান (ক্ৰিয়া); ∴ খঙক কোণ = ঙকঘ কোণ = গকঘ কোণ।

কোনো নিৰূপিত সৰল ৰেখা এটাক সমানে তিনি খণ্ড কৰিব লাগে। কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা ; তাক সমানে তিনি খণ্ড কৰিব লাগিব।

কখ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত কখগ নামে সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ); কঘ ৰেখাৰে খকগ কোণ আৰু খঘ ৰেখাৰে কখগ কোণ সমানে দুই দুই খণ্ড কৰা (৯ প্ৰ); কগ



ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘ বিন্দুৰ মাজেদি ঘঙ আৰু গখ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘ বিন্দুৰ মাজেদি ঘচ টানা (৩১ প্ৰ); এতিয়া কখ সৰল ৰেখা ঙ আৰু চ বিন্দুত সমানে তিনি খণ্ড হ'ব।

গকঘ কোণ = ঙকঘ কোণ (ক্ৰিয়া) আৰু গকঘ কোণ = কঘঙ কোণ (২৯ প্ৰ); ∴ ঙকঘ কোণ = ঙঘক কোণ ; ∴ কঙ = ঘঙ (৬ প্ৰ); সেই দৰে খচ = ঘচ ; আকৌ ঘচঙ কোণ = গকখ কোণ, আৰু ঘচঙ কোণ = গখক কোণ (২৯ প্ৰ) ; ঘঙচ কোণ + ঘচঙ কোণ = গকখ কোণ + গখক কোণ (২ স্ব); ∴ ঙঘচ কোণ = কগখ কোণ (অ, ৩২ প্ৰ)। এতেকে, ঘঙচ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সুতৰাং তাৰ ঘঙ, ঘচ আৰু ঙচ তিনো ভুজ সমান। আৰু পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে যে, কঙ, ঘঙ ৰেখাৰ আৰু

খচ, ঘচ ৰেখাৰ সমান ; এতেকে, কঙ, ঙচ আৰু চখ তিনো সমান।

---

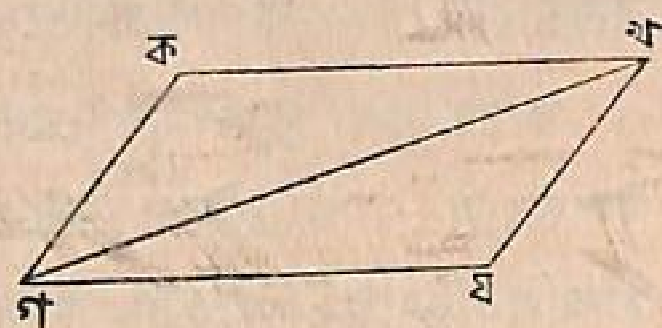
৩৩ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি দুই সমান আৰু সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ এফালৰ দুই মূৰ এটা সৰল ৰেখাই, আৰু আন ফালৰ দুই মূৰ আন এটা সৰল ৰেখাই সংলগ্ন কৰে, তেন্তে সেই দুই সৰল ৰেখা পৰস্পৰ সমান আৰু সমান্তৰাল হ'ব।

কখ আৰু গঘ সৰল ৰেখা দুটা সমান আৰু সমান্তৰাল। সিহঁতৰ ক আৰু গ মূৰ কগ সৰল ৰেখাই খ আৰু ঘ মূৰ খঘ সৰল ৰেখাই সংলগ্ন কৰিছে ; এতেকে, কগ আৰু খঘ সমান আৰু সমান্তৰাল হ'ব। খ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল ; খগ দুয়ো সৈতে সম্মিলিত আছে, এই কাৰণে কখগ আৰু খগঘ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান (২৯প্ৰ) ; কখগ আৰু খগঘ ত্ৰিভুজৰ কখ আৰু গঘ ভুজ সমান (কল্পনা) ; খগ দুইৰো সামান্য



ভুজ, এতেকে, কখ আৰু খগ ভুজ ক্ৰমে গঘ আৰু খগ ভুজৰ সমান ; আৰু কখগ কোণ খগঘ কোণৰ সমান প্ৰমাণ হৈছে।

এতেকে, কগ ভূমি খঘ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ); কখগ ত্ৰিভুজ খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান, আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ কগখ কোণ গখঘ কোণ সমান। আকৌ, খগ সৰল ৰেখা কগ আৰু খঘ সৰল ৰেখাই সৈতে সম্মিলিত হৈ কগখ আৰু গখঘ বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা সমান কৰিছে, এতেকে, কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল (২৭ প্ৰ); আৰু সিহঁত সমান যে পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে। অতএব যদি দুই সমান আৰু সমান্তৰাল ইত্যাদি।

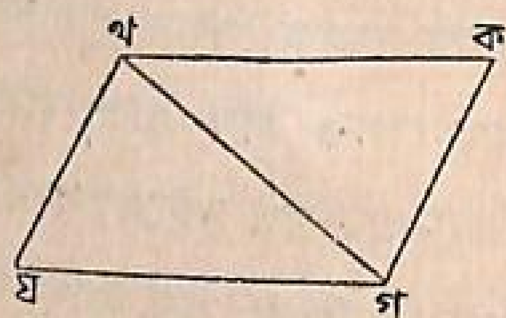
---

৩৪ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সম্মুখস্থ ভুজবোৰ পৰস্পৰ সমান আৰু সম্মুখস্থ কোণবোৰও পৰস্পৰ সমান; আৰু শ্ৰুতি অৰ্থাৎ চুকিয়াচুকি ৰেখাই তাক সমানে দুই খণ্ড কৰে।

কখঘগ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, খগ তাৰ শ্ৰুতি। এতেকে, তাৰ সম্মুখস্থ ভুজ পৰস্পৰ সমান হ'ব, আৰু সম্মুখস্থ কোণও সমান হ'ব। আৰু খগ শ্ৰুতিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰিব।

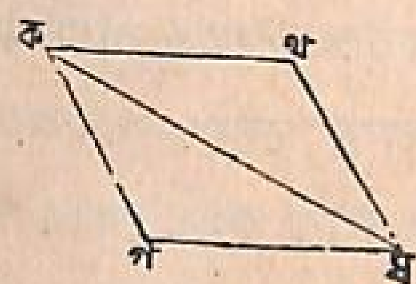


কাৰণ, কখ আৰু গঘ ৰেখা সমান্তৰাল; খগ দুইৰো সৈতে সম্মিলিত হৈছে; এতেকে, কখগ আৰু খগঘ, বিপৰ্য্যস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান (২৯ প্ৰ); আকৌ কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল,

খগ দুইৰো সৈতে সম্মিলিত হৈছে, এতেকে, কগখ আৰু গখঘ বিপর্য্যস্ত কোণ পৰস্পৰ সমান। এতিয়া, কখগ ত্রিভুজৰ কখগ আৰু কগখ কোণ ক্রমে গখঘ ত্রিভুজৰ খগঘ আৰু গখঘ কোণ সৈতে সমান। আৰু সমান সমান কোণৰ ওচৰৰ এটা ভুজ অর্থাৎ খগ দুয়ো ত্রিভুজৰ সামান্য ভুজ, এতেকে সিহঁতৰ আন আন ভুজ সমান আৰু তৃতীয় কোণ সমান অর্থাৎ কখ আৰু গঘ ভুজ, কগ আৰু খঘ ভুজ পৰস্পৰ সমান, খকগ আৰু খঘগ কোণ সমান (২৬ প্র); কখগ কোণ খগঘ কোণৰ, কগখ কোণ গখঘ কোণৰ সমান বুলি পূর্ব্বে দেখুৱা হৈছে। এতেকে, কখঘ গোটেই কোণটো কগঘ গোটেই কোণটোৰ সমান (২ স্ব); আৰু খকগ কোণ খঘগ কোণৰ সমান যে পূর্ব্বে প্রমাণ হৈছে, এতেকে সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সম্মুখস্থ ভুজ আৰু কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান। আৰু শ্রুতিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰে। কাৰণ, কখগ আৰু গখঘ ত্রিভুজৰ কখ ভুজ গঘ ভুজৰ সমান, খগ দুইৰো সামান্য ভুজ, এতেকে, কখ আৰু খগ ভুজ ক্রমে গঘ আৰু খগ ভুজৰ সমান আৰু কখগ কোণ খগঘ কোণৰ সমান সুতৰাং কখগ ত্রিভুজ খগঘ ত্রিভুজৰ সমান (৪ প্র)। অতএব, সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ ইত্যাদি।

৩৪ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্রতিজ্ঞা।

চতুর্ভুর্জ ক্ষেত্রৰ সম্মুখস্থ ভুজ বা সম্মুখস্থ কোণ সমান হ'লে সেই ভুজবোৰ সমান্তৰাল হ'ব অর্থাৎ ক্ষেত্রটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব।



কখগঘ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটোৰ সম্মুখস্থ ভুজ আৰু কোণবোৰ সমান আছে, এতেকে, এই ক্ষেত্রটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব।

প্রথমতঃ। ∴ কখ=গঘ ∴ কখ+কঘ+গঘ+কঘ, ∴ খঘ=কগ (কল্পনা) ; ∴ খকঘ কোণ=কঘগ কোণ (৮ প্র) ; আৰু এই কোণ দুটা বিপর্য্যস্ত কোণ ; ∴ কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল সেই দৰে কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল প্রমাণ হয়।

দ্বিতীয়তঃ। চতুর্ভুজৰ ৪ কোণ=২ ত্রিভুজৰ ৬ কোণ ; ∴ চতুর্ভুজৰ ৪ কোণ=৪ সমকোণ। কিন্তু খকগ কোণ=খঘগ কোণ ; আৰু কগঘ কোণ=কখঘ কোণ (কল্পনা)। ∴ খকগ কোণ+কগঘ কোণ=খঘগ কোণ+কখঘ কোণ ; ∴ খকগ কোণ+কগঘ কোণ=২ সমকোণ ; ∴ কখ, আৰু গঘ সমান্তৰাল (১৮ প্র)। সেই মতে কগ আৰু খগ সমান্তৰাল প্রমাণ হয়।

(ক) সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ দুয়ো শ্রুতি পৰস্পৰ সমানে কটাকটি কৰে। ∴ কঙখ আৰু গঙঘ ত্রিভুজ দুটাৰ কখঙ কোণ +খকঙ কোণ=ঘগঙ কোণ+গঘঙ কোণ (২৯ প্র, ২ স্ব) ; ∴ কখ=গঘ (৩৪ প্র) ; ∴ কঙ=ঙঘ ; খঙ=ঙগ (১৬ প্র)।

(খ) আয়ত বা বর্গক্ষেত্রৰ দুয়ো শ্রুতি সমান। ∴ কখঘ আৰু গখঘ ত্রিভুজ দুটাৰ কখ+খঘ=গঘ (কল্পনা, ২ স্ব) ; ∴ কখঘ কোণ=গঘখ কোণ (কল্পনা) ∴ কঘ=খগ (৪ প্র)।

(গ) বন্বস বা বর্গক্ষেত্রৰ শ্রুতি দুটা পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে, সেই খণ্ডবোৰ শ্রুতি দুটাৰ লম্ব হ'ব।

∴ কঙ=খঙ (অ, ৩৪ প্র); কঙ+খঙ=ঘঙ+খঙ (২ স্ব); আৰু কখ=ঘখ (৩০, ৩২ সং): ∴ কঙখ কোণ =খঙঘ কোণ (৮ প্র); ∴ খঙ লম্ব (১০ সং); সেই দৰে কঙ, গঙ, আৰু ঘঙ লম্ব।

---

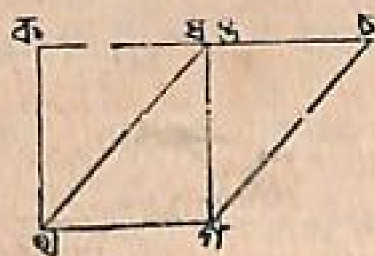
৩৫ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্র একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

কখগঘ আৰু ঙখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্র দুটা খগ একে ভূমিৰ ওপৰত খগ আৰু কচ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে; এতেকে কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্রটো ঙখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সমান।

প্রথমতঃ। যেতিয়া, ক্ষেত্র দুটাৰ খগ ভূমিৰ সম্মুখস্থ কঘ আৰু ঙচ ভুজ একে বিন্দুত অর্থাৎ ঘ বা ঙ বিন্দুত শেষ হয়; এতিয়া স্পষ্ট দেখা যায় যে,

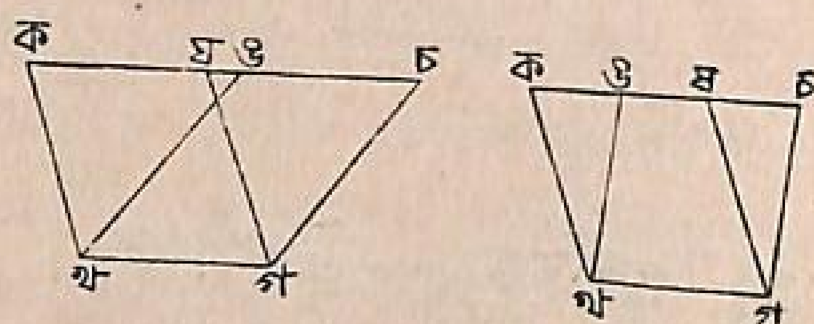


সিহঁত প্রত্যেক খগঘ ত্রিভুজৰ দুগুণ (৩৪ প্র): এতেকে,

কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্র ঙখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সমান (৬ স্ব)।

দ্বিতীয়তঃ। যেতিয়া, খগ ভূমিৰ সম্মুখস্থ কঘ আৰু ঙচ ভূজ একে ঘ বা ঙ বিন্দুত শেষ নহয় ; তেতিয়া, তাৰ প্রমাণ।

কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ কঘ ভুজ খগ ভুজৰ সমান, আকৌ ঙখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সেই খগ ভুজ ঙচ ভুজৰ সমান



(৩৪ প্র); সুতৰাং কঘ আৰু ঙচ দুয়ো সমান। ঘঙ, দুইৰো সৈতে যোগ দিয়া বা দুইৰো পৰা বাদ দিয়া, এতেকে গোটাই বা বাকী কঙ গোটাই বা বাকী ঘচ সৈতে সমান আৰু কখ, গঘ পৰস্পৰ সমানে আছে (৩৪ প্র)। আকৌ ছোৱা, কচ, সৰল ৰেখা কখ আৰু গঘ দুই সমান্তৰাল সৰল ৰেখাই সৈতে সম্মিলিত হৈ খকচ দূৰস্থ ভিতৰ কোণটো, গঘচ বহিঃস্থ কোণে সৈতে সমান কৰিছে, এতেকে, কখঙ আৰু ঘগচ ত্রিভুজ দুটাৰ কঙ আৰু কখ ভুজ ক্রমে চঘ আৰু গঘ ভুজৰ সমান ; আৰু সিহঁতৰ মধ্যবর্ত্তী খকঙ কোণ গঘচ কোণৰ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে ; অতএব, খঙ ভূমি গচ ভূমিৰ আৰু কখঙ ত্রিভুজ ঘগচ ত্রিভুজৰ সমান (৪ প্র); এতিয়া, কখগচ ক্ষেত্রটোৰ পৰা এই সমান সমান বস্তু অর্থাৎ কখঙ বা ঘগচ

ত্রিভূজ বাদ দিলে ঙখগচ বা কখগঘ বাঁকী থাকে, সুতৰাং সিহঁত দুয়ো পৰস্পৰ সমান (৩ স্ব) ; আৰু সিহঁতেই একে ভূমিৰ ওপৰত একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থকা সমান্তৰাল ক্ষেত্র। অতএব যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্র ইত্যাদি।

এই প্রতিজ্ঞাত, সমান শব্দটোৱে কালি সম্বন্ধে হে সমান বুজাইছে।

---

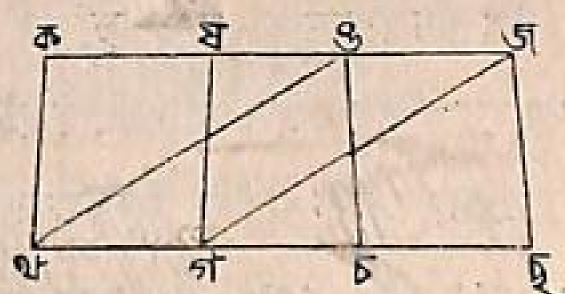
৩৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধি।

যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্র সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

কখগঘ আৰু ঙচছজ সমান্তৰাল ক্ষেত্র দুটা খগ আৰু চছ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত, কজ আৰু খছ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে, এতেকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

খ, ঙ আৰু গ, জ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া, খগ আৰু চছ সমান



(কল্পনা) ; চছ আৰু ঙজ সমান (৩৪ প্র) ; সুতৰাং খগ আৰু ঙজ সমান (১ স্ব) ; আৰু সিহঁত দুই সমান্তৰালও ; আৰু এই দুই সমান আৰু সমান্তৰাল সৰল

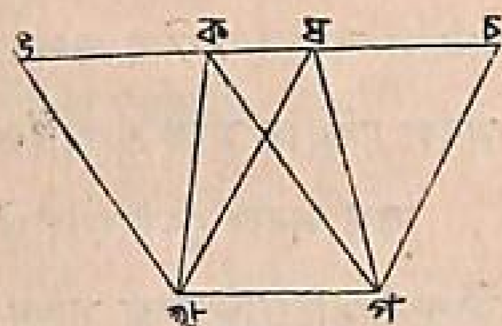
ৰেখাৰ একালৰ মূৰ খঙ সৰল ৰেখাই আৰু আন কালৰ মূৰ গজ সৰল ৰেখাই সংলগ্ন কৰিছে, এতেকে, খঙ আৰু গজ দুয়ো সমান আৰু সমান্তৰাল (৩৩ প্র); সুতৰাং ঙখগজ ক্ষেত্রটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র। আকৌ ঙখগজ আৰু কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্র দুটা, খগ একে ভূমিৰ ওপৰত, খগ আৰু কজ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে, এতেকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান (৩৫ প্র); সেই লেখিয়া ঙখগজ আৰু ঙচছজ সমান্তৰাল ক্ষেত্র দুটাও পৰস্পৰ সমান বুলি প্রমাণ কৰা যায়। কিন্তু যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ সমান, সিহঁত পৰস্পৰ সমান, সুতৰাং কখগঘ আৰু ঙচছজ সমান্তৰাল ক্ষেত্র পৰস্পৰ সমান। অতএব যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্র ইত্যাদি।

---

৩৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

যি যি ত্রিভুজ একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

কখগ আৰু খগঘ ত্রিভুজ দুটা খগ একে ভূমিৰ ওপৰত, কঘ আৰু খগ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে, এতেকে সিহঁত পৰস্পৰ সমান হ'ব।



কঘ সৰল ৰেখাটো দুয়ো পোনে ঙ আৰু চ বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া ; খ বিন্দুৰ মাজেদি কগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি খঙ টানা (৩১ প্ৰ) ; আৰু গ বিন্দুৰ মাজেদি খঘ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি গচ টানা (৩১ প্ৰ) ; এতিয়া ঙখগক আৰু খগচঘ দুটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, সিহঁত, খগ একে ভূমিৰ ওপৰত খগ আৰু ঙচ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে ; এতেকে, সিহঁত দুয়ো সমান (৩৫ প্ৰ)। আৰু ঙখগক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটোক কখ শ্ৰুতিয়ে সমানে দুই খণ্ড কৰিছে (৩৪ প্ৰ) ; এতেকে, কখগ ত্ৰিভুজ, ঙখগক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ অৰ্দ্ধ। আকৌ, গঘ শ্ৰুতিয়ে খগচঘ ক্ষেত্ৰকো সমানে দুই খণ্ড কৰিছে, সেই নিমিত্তে, খগঘ ত্ৰিভুজ খগচঘ ক্ষেত্ৰৰ অৰ্দ্ধ (৩৪ প্ৰ) ; আৰু যি যি বস্তু পৰস্পৰ সমান সিহঁতৰ অৰ্দ্ধ ও সমান (৭ স্ব) ; সুতৰাং কখগ ত্ৰিভুজ খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান। অতএব যি যি ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

---

৩৮ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

যি যি ত্ৰিভুজ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

কখগ আৰু ঘঙচ দুটা ত্ৰিভুজ। সিহঁত খগ আৰু ঙচ

লেখিয়া কখ বাজে, ক বিন্দুৰ মাজেদি টনা আন কোনো সৰল ৰেখাই খগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব নোৱাৰে বুলি প্ৰমাণ কৰা যায় ; সুতৰাং কঘ সৰল ৰেখা খগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল। অতএব, সমান সমান ত্ৰিভুজ ইত্যাদি।

---

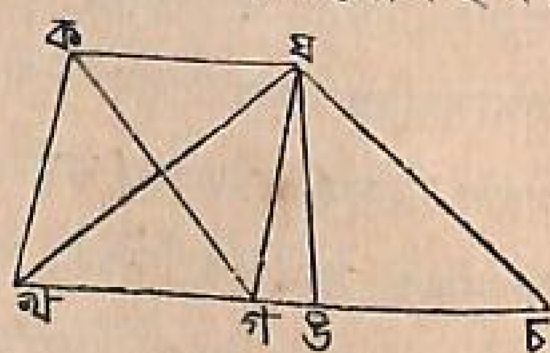
৪০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

সমান সমান ত্ৰিভুজ একে সৰল ৰেখাৰ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে থাকিলে, সিহঁত একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকিব।

কখগ আৰু ঙচঘ সমান সমান ত্ৰিভুজ দুটা খচ সৰল ৰেখাৰ খগ আৰু ঙচ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে আছে ; সিহঁত একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকিব। ক আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।

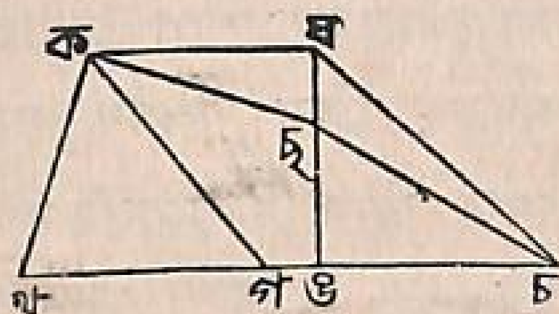
এতিয়া, কঘ সৰল ৰেখা, খচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব। যদি নহয় বুলি কোৱা ; তেন্তে ক বিন্দুৰ মাজেদি খচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কছ টানা (৩১ প্ৰ) ; আৰু কছ, ঘঙ সৰল ৰেখাৰ ছ বিন্দুত মিলকগৈ। ছ আৰু চ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কখগ ত্রিভুজ ছঙচ ত্রিভুজৰ সমান (৩৮ প্র); কিয়নো সিহঁত খগ আৰু ঙচ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আৰু কছ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে। কিন্তু কখগ ত্রিভুজ ঙচঘ ত্রিভুজৰ সমান (কল্পনা); এই নিমিত্তে ঙচঘ ত্রিভুজ ছঙচ ত্রিভুজৰ সমান (১ স্ব)। কিন্তু ডাঙৰ বস্তু সৰু বস্তুৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (৯ স্ব)। এতেকে, কছ ৰেখা খচ ৰেখাৰ সমান্তৰাল নহয়। সেই দৰে, কঘ বাজে, ক বিন্দুৰ মাজেদি টনা কোনো সৰল ৰেখাই খচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব নোৱাৰে যে, তাকো প্ৰমাণ কৰি দেখুৱাব পাৰি। সুতৰাং কঘ সৰল ৰেখা খচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল। অতএব, সমান সমান ত্রিভুজ ইত্যাদি।

৪০ প্রতিজ্ঞাৰ সৰল প্ৰমাণ।

(ক) খ, ঘ আৰু গ, ঘ সংলগ্ন কৰা। কাৰণ, খগঘ ত্রিভুজ খঙচ ত্রিভুজৰ সমান (৩৮ প্র); আৰু কখগ ত্রিভুজৰ ঘঙচ ত্রিভুজৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, খগঘ ত্রিভুজ কখগ ত্রিভুজৰ সমান (১ স্ব); সুতৰাং কঘ সৰল ৰেখা খচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল (৩৯ প্র)।



---

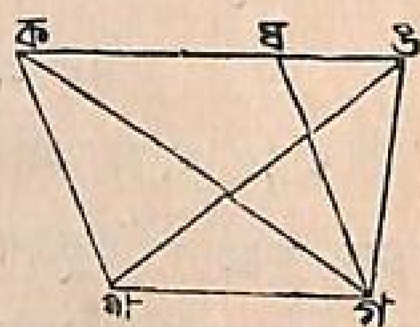
৪১ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, আৰু এটা ত্ৰিভুজ, একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকে, তেন্তে সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো ত্ৰিভুজটোৰ দুগুণ হ'ব।

কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আৰু খগঙ ত্ৰিভুজ; খগ ভূমিৰ ওপৰত, খগ আৰু কঙ, একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে, এতেকে কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ খগঙ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ হ'ব। ক আৰু গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কখগ আৰু খগঙ ত্ৰিভুজ দুটা পৰস্পৰ সমান (৩৭ প্ৰ); কিয়নো, সিহঁত, একে খগ ভূমিৰ ওপৰত একে খগ আৰু কঙ সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে; কিন্তু কখগঘ সমান্তৰাল



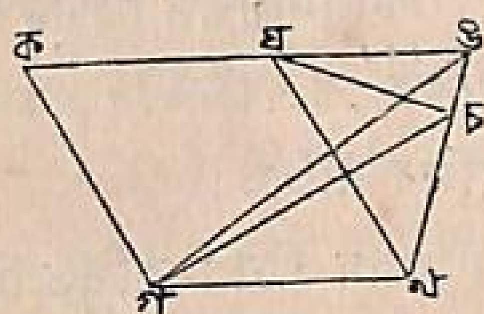
ক্ষেত্ৰ কখগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ, কাৰণ কগ শ্ৰুতিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰিছে (৩৪ প্ৰ); সুতৰাং কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো খগঙ ত্ৰিভুজৰও দুগুণ। অতএৱ, যদি এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ইত্যাদি।

৪১ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্ৰতিজ্ঞা।

যদি কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ কোনো ত্ৰিভুজৰ দুগুণ হয়, আৰু যদি সিহঁত একে ভূমিৰ ওপৰত কিম্বা একে সৰল ৰেখাৰ

সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে থাকে, তেন্তে দুয়ো একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকিব।

কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, গখঙ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ আৰু সিহঁত একে গখ ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে আছে, এতেকে, দুয়ো একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত থাকিব। ঘ আৰু ঙ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কঙ ৰেখা খগ ৰেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব; যদি নহয় বোলা, ঘ বিন্দুৰ মাজেদি গখ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘচ টানা (৩১প্ৰ)। আৰু ঘচ, খঙ সৰল ৰেখাই সৈতে চ বিন্দুত মিল হওক; চ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আৰু গখচ ত্ৰিভুজ, দুয়ো একে গখ ভূমিৰ ওপৰত, গখ আৰু কঘচ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে, এতেকে কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ গখচ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (৪১ প্ৰ); আৰু কখগঘ ক্ষেত্ৰ গখঙ ত্ৰিভুজৰও দুগুণ (কল্পনা); এতেকে গখচ ত্ৰিভুজ গখঙ ত্ৰিভুজৰ সমান; কিন্তু গখঙ ত্ৰিভুজ গঘচ ত্ৰিভুজতকৈ ডাঙৰ (৯ স্ব); এই নিমিত্তে কঘচ সৰল ৰেখা গখ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল নহয়। সেই লেখিয়া, কঙ বাজে, খ বিন্দুৰ মাজেদি টনা আন কোনো সৰল ৰেখাই খগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব নোৱাৰে বুলি

প্ৰমাণ হয়। সুতৰাং কঙ আৰু খগ সৰল ৰেখা সমান্তৰাল। অতএব, যদি কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ইত্যাদি।

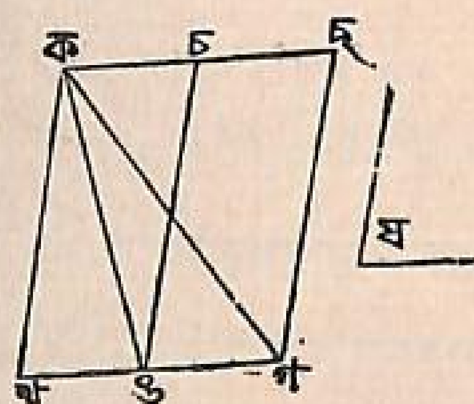
(ক) ওপৰত কোৱা ক্ষেত্ৰ দুটা সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত থাকিলেও সেই একে প্ৰমাণ।

---

৪২ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিৰূপিত ত্ৰিভুজৰ সমান, আৰু এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণৰ সমান এক কোণ থকা, এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ সাজিব লাগিব।

কখগ এটা নিৰূপিত ত্ৰিভুজ, আৰু ঘ এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণ, এতেকে, কখগ ত্ৰিভুজৰ, সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এক কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ সাজিব লাগিব।



খগ সৰল ৰেখাটো ঙ বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড কৰা (১০ প্ৰ); ক আৰু ঙ সংলগ্ন কৰা। গঙ সৰল ৰেখাৰ ঘ বিন্দুত ঘ কোণৰ সমান কৰি গঙচ কোণ সাজা (২৩ প্ৰ); গ বিন্দুৰ মাজেদি ঙচ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি গছ, আৰু ক বিন্দুৰ মাজেদি ঙগ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কচছ টানা (৩১ প্ৰ); চ আৰু ছ বিন্দুত, কচছ সৰল ৰেখা ঙচ আৰু গছ সৰল ৰেখাই সৈতে সম্মিলিত হৈছে।

এতিয়া, গঙচছ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ। আৰু কখঙ কঙগ ত্ৰিভুজ দুটা খঙ, ঙগ এই সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে, আৰু খগ আৰু কছ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে ; এতেকে, সিহঁত সমান (৩৮ প্ৰ); সুতৰাং কখগ ত্ৰিভুজ কঙগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ ; কিন্তু চঙগছ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটোও কঙগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (৪১ প্ৰ); কিয়নো, সিহঁত একে ঙগ ভূমিৰ ওপৰত, ঙগ আৰু কছ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে। সুতৰাং ছঙগছ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো কখগ ত্ৰিভুজৰ সমান (৬ স্ব); আৰু তাৰ ভিতৰৰ চঙগ কোণটো ঘ কোণৰ সমান (ক্ৰিয়া); সুতৰাং এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ সাজা হ'ল।

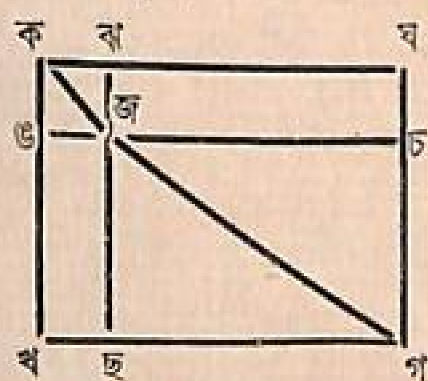
---

৪৩ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ শ্ৰুতি, তাৰ ভিতৰৰ যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ মাজেদি যায়, সিহঁতৰ অনুপূৰক ক্ষেত্ৰ তুটা পৰস্পৰ সমান।

কখগঘ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ; কগ তাৰ শ্ৰুতি, ঙঝ আৰু চছ তাৰ ভিতৰৰ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, যাৰ মাজেদি কগ গৈছে আৰু খজ, জঘ আন তুটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ যি যি লগালাগি গোটাই কখগঘ ক্ষেত্ৰটো পূৰ্ত্তি কৰিছে, আৰু এই কাৰণেই সিহঁত তুইকো অনুপূৰক ক্ষেত্ৰ বোলে। এতিয়া, খজ অনুপূৰক জঘ অনুপূৰকৰ সমান হব।

কাৰণ, কখগঘ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আৰু কগ তাৰ শ্ৰুতি ; এতেকে কখগ ত্ৰিভুজ কঘগ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৪ প্ৰ)। আকৌ ঙজঝক এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, কজ তাৰ শ্ৰুতি, এতেকে, কঙজ ত্ৰিভুজ



কঝজ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৪ প্ৰ) ; সেই একে কাৰণে জছগ ত্ৰিভুজ জচগ ত্ৰিভুজৰ সমান ; সুতৰাং কঙজ আৰু জছগ ত্ৰিভুজ তুটা কঝজ আৰু জচগ ত্ৰিভুজ তুটাই সৈতে সমান (২ স্ব) ; কিন্তু গোটেই কখগ ত্ৰিভুজটো গোটেই কগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান বুলি পূৰ্ব্বে দেখুৱা হৈছে। সুতৰাং বাকী

খজ অনুপূৰক বাকী জঘ অনুপূৰকৰ সমান (৩ স্ব)। অতএব, কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ইত্যাদি।

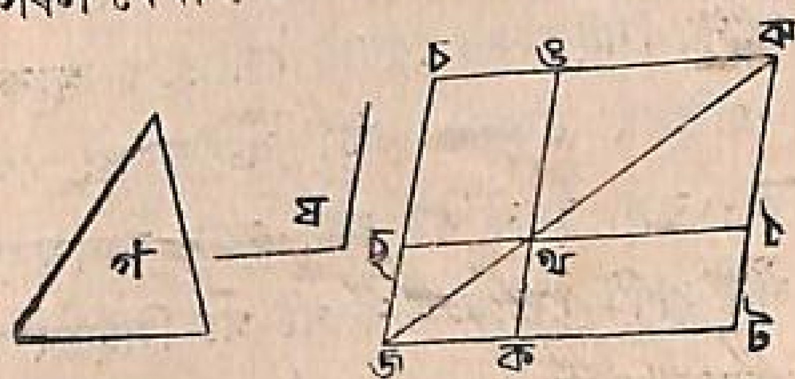
---

৪৪ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি নানাবিধ।

কোনো নিৰূপিত ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু কোনো নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন কৰিব লাগিব।

কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা, গ এটা নিৰূপিত ত্ৰিভুজ আৰু ঘ নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণ। এতিয়া, গ ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা, এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ কখ সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন কৰিব লাগিব।



গ ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা

খঙচছ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এনেকুৱাকৈ সাজা, যেন তাৰ খঙ ভুজ কখ ৰেখাই সৈতে একে ৰেখা হৈ থাকে, আৰু ঙখছ কোণ ঘ কোণৰ সমান হয় (৪২ প্ৰ)। চছ ভুজ জলৈ বঢ়াই দিয়া, ক বিন্দুৰ মাজেদি খছ বা ঙচ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কজ টানা (৩১ প্ৰ) ; জ আৰু খ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া, কজ আৰু ঙচ দুই সমান্তৰাল সৰল ৰেখা, চজ দুইৰো লগত সম্মিলিত হৈছে, এতেকে, কজচ আৰু জচঙ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (২৯ প্ৰ) ; সুতৰাং খজচ আৰু জচঙ কোণ দুটা, দুই সমকোণতকৈ সৰু ; কিন্তু এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাই সৈতে সম্মিলিত হ'লে যদি একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সমান হয়, তেন্তে সেই দুই সৰল ৰেখা বঢ়ালে যি ফালৰ ভিতৰ কোণ দুই সমকোণতকৈ সৰু সেই ফালে মিল হ'ব (১২ স্ব)। এতেকে, জখ আৰু চঙ বঢ়ালে মিলিব ; দুইকো বঢ়োৱা যাওক আৰু সিহঁত ঝ বিন্দুত যায় মিলকগৈ ; আৰু ঙক বা চজ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঝ বিন্দুৰ পৰা ঝট টানি ছখ আৰু জক বঢ়াই দিয়া যাক ; আৰু, সিহঁত ঝট ৰেখাই সৈতে, ট আৰু ঠ বিন্দুত গৈ মিলক। এতিয়া, টঝচজ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, আৰু জঝ তাৰ শ্ৰুতি ; কছ আৰু ঙঠ দুটা আন সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, যাৰ মাজেদি জঝ শ্ৰুতি গৈছে আৰু খট গচ সিহঁতৰ অনুপূৰক ; এতেকে, খট অনুপূৰক খচ অনুপূৰকে সৈতে সমান (৪৩ প্ৰ) ; কিন্তু খচ অনুপূৰক গ ত্ৰিভুজৰ সমান, সুতৰাং খট অনুপূৰকও

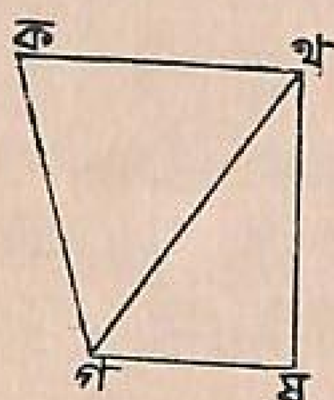
গ ত্রিভুজৰ সমান। আকৌ, ছখঙ কোণ, কখঠ কোণৰ সমান (১৫ প্র); কিন্তু ছখঙ কোণ ঘ কোণৰ সমান, স্নুতৰাং কখঠ কোণও ঘ কোণৰ সমান। এতেকে, এটা নিৰূপিত ত্রিভুজৰ সমান আৰু এটা নিৰূপিত কোণৰ সমান এক কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র, এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন কৰা হ'ল।

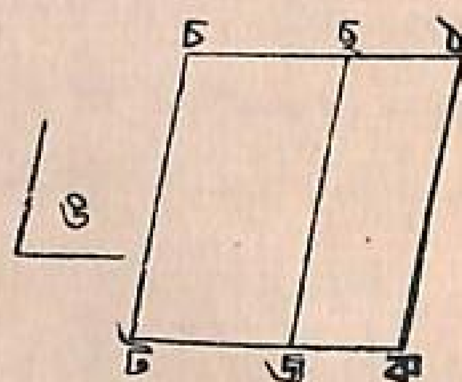
---

৪৫ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

কোনো নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ সমান আৰু কোনো নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আঁকিব লাগিব।

কখগঘ এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰ আৰু ঙ এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক কোণ, কখগঘ ক্ষেত্ৰৰ সমান আৰু ঙ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আঁকিব লাগিব। খ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।





এতিয়া, কখগ আৰু খগঘ দুটা ত্ৰিভুজ। কখগ ত্ৰিভুজৰ সমান চজ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এইদৰে আঁকা যেন তাৰ চটজ কোণ ঙ কোণৰ সমান হয় (৪২ প্ৰ)। আৰু খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান ছঝ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ছজ ৰেখাত এনেদৰে সংলগ্ন কৰা, যেন তাৰ ছজঝ কোণ ঙ কোণৰ সমান হয় (৪৪ প্ৰ) ; এতিয়া, চট ঝঠ ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

কাৰণ, চটজ আৰু ছজঝ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে ঙ কোণৰ সমান ; এতেকে, চটজ কোণ ছজঝ কোণে সৈতে সমান ; টজছ কোণ দুয়ো সৈতে যোগ কৰা, সুতৰাং চটজ আৰু টজছ কোণ একত্ৰ যোগে টজছ আৰু ছজঝ কোণৰ সমান। কিন্তু চটজ আৰু টজছ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (২৯ প্ৰ)। সুতৰাং টজছ আৰু ছজঝ কোণ দুটাও দুই সমকোণৰ সমান। এতিয়া, ছজ সৰল ৰেখাৰ জ বিন্দুত টজ আৰু ঝজ দুটা সৰল ৰেখা সেই বিন্দুৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি দাঁতিৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, এই নিমিত্তে টজ আৰু ঝজ একে সৰল ৰেখাহৈ আছে (১৪ প্ৰ)।

আকৌ, ছজ সৰল ৰেখা চছ আৰু টজ দুই সমান্তৰাল সৰল ৰেখাই সৈতে সম্মিলিত হৈ চছজ আৰু ছজঝ কোণ দুটাক পৰস্পৰ সমান কৰিছে (২৯ প্ৰ) ; এই দুই সমান কোণ সৈতে ঠছজ কোণ যোগ কৰা, এতেকে, চছজ আৰু ঠছজ কোণ দুটা একত্ৰ ঠছজ আৰু ছজঝ কোণৰ সমান কিন্তু ঠজঝ আৰু ছজঝ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (২৯ প্ৰ)। সুতৰাং চছজ আৰু ঠছজ কোণও দুই সমকোণৰ সমান ; সেই নিমিত্তে চছ আৰু ঠছ একে সৰল ৰেখাহৈ আছে (১৪ প্ৰ)।

আকৌ, চট, ছজ সৰল ৰেখাৰ, আৰু ছজ, ঠঝ সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰাল ; এই হেতুকে চট আৰু ঠঝ পৰস্পৰ সমান্তৰাল। চঠ আৰু টঝ সমান্তৰাল বুলি পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে, এতেকে, চট ঝঠ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, আৰু চজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো

কখগ ত্রিভুজৰ আৰু ছঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, খগঘ ত্রিভুজৰ সমান (ক্রিয়া) ; সুতৰাং গোটেই চঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, গোটেই কঘগঘ সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰটোৰ সমান। এতেকে কখগঘ নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ সমান, আৰু ঙ নিৰূপিত কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আঁকা হ'ল।

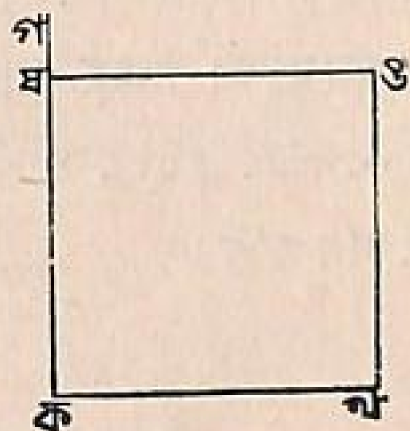
যেতিয়া, সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰটো ছাইতাতকৈ বেশি ভুজৰ হয়, তেতিয়া পূৰ্ব্বৰ দৰে চুকিয়াচুকি ৰেখা টানি তাক ত্রিভুজ আঁকি ল'বা। আৰু তাৰে এটা ত্রিভুজৰ সমান কৰি প্ৰথমে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আঁকিবা। সেই ক্ষেত্ৰটোৰ লগত দ্বিতীয় ত্রিভুজৰ সমান কৰি দ্বিতীয় সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা সংলগ্ন কৰিবা, তাৰ লগত আকৌ তৃতীয় সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা, তৃতীয় ত্রিভুজৰ সমান কৰি সংলগ্ন কৰি আঁকিবা, এই লেখিয়া, যিমান ত্রিভুজ থাকে সিমান সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা এটাকৈ সংলগ্ন কৰি যাবা, পাছত প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণৰ নিচিনাকৈ প্ৰমাণ কৰিবা।

---

৪৬ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আঁকিব লাগিব। কখ এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখা তাৰ ওপৰত এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আঁকিব লাগিব।

কখ ৰেখাৰ ক বিন্দুৰ পৰা তাৰ ওপৰত কগ লম্ব টানা (১১ প্ৰ) কঘ, কখ ৰেখাৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ বিন্দুৰ মাজেদি কখ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘঙ, আকৌ, কঘ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি খ বিন্দুৰ মাজেদি খঙ টানা (৩১ প্ৰ)। খঙ ঘঙ ৰেখা ঙ বিন্দুত মিল হওক।



এতিয়া, কখঙঘ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ; তাৰ কখ ভুজ ঘঙ ভুজে সৈতে, কঘ ভুজ খঙ ভুজে সৈতে সমান (৩৪ প্ৰ) ; আৰু কখ ভুজ কঘ ভুজে সৈতে সমান (ক্ৰিয়া) ; এতেকে কখ, খঙ, ঘঙ আৰু কঘ চাৰোটা ভুজ পৰস্পৰ সমান। সুতৰাং ক্ষেত্ৰটো সমবাহুক আৰু তাৰ কোণ চাইটাও সমকোণ ; কাৰণ কঘ সৰল ৰেখা কখ আৰু ঘঙ দুই সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰি পেলায় খকঘ আৰু কঘঙ একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (২৯ প্ৰ)। আৰু খকঘ এটা সমকোণ (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং কঘঙ কোণটোও এক

সমকোণ। আকৌ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সন্মুখস্থ কোণবিলাক সমান, এতেকে খকঘ আৰু কঘঙ কোণ দুটাৰ সন্মুখস্থ কখঙ আৰু খঙঘ কোণ দুটাও প্ৰত্যেকে সমকোণ (৩৪ প্ৰ) ; সুতৰাং ক্ষেত্ৰটোৰ চাৰিওটা কোণ সমকোণ। আৰু তাৰ ভুজ চাইটা সমান বুলি পূৰ্ব্বে প্ৰমাণ হৈছে ; সুতৰাং কখঘঙ এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আৰু তাক এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা গ'ল।

অনুমান। এই প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা জানিব পাৰি যে, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ এটা কোণ সমকোণ হ'লে তাৰ আটাইবোৰ কোণ সমকোণ হ'ব।

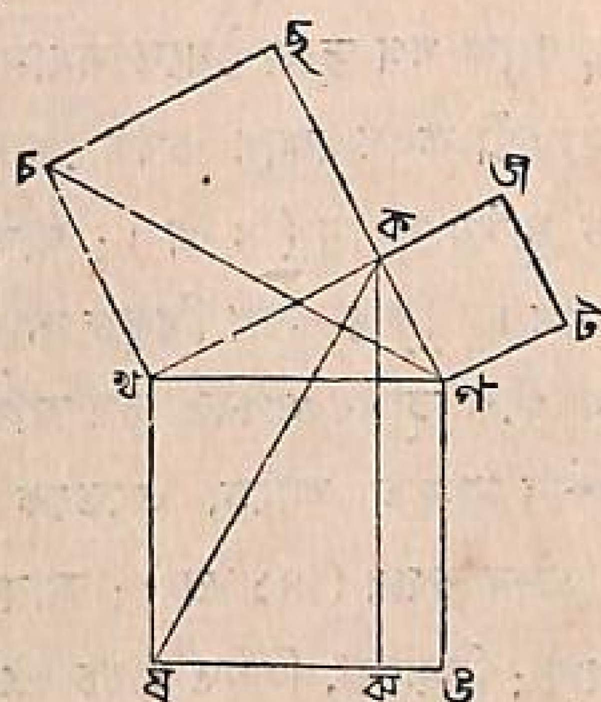
---

৪৭ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি নানাবিধ।

সমকোণি ত্ৰিভুজৰ কৰ্ণৰ অৰ্থাৎ সমকোণৰ সম্মুখস্থ ভুজৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ, তাৰ আন দুই ভুজৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান হ'ব।

কখগ এটা সমকোণি ত্ৰিভুজ আৰু খকগ তাৰ সমকোণ কখ ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰটো কখ আৰু কগ ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ দুটাৰ সমান হ'ব।



খগ, কখ আৰু কগ ৰেখাৰ ওপৰত ক্ৰমে খঙ, খছ আৰু গজ বৰ্গক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা (৪৬ প্ৰ); খঘ বা গঙ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ক বিন্দুৰ মাজেদি কঝ টানা (১৩ প্ৰ); ক, ঘ আৰু চ গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, খকগ কোণ এটা সমকোণ (কল্পনা); আৰু খকছ কোণও এক সমকোণ (৩০ সং); এতেকে, কখ সৰল ৰেখাৰ ক বিন্দুত কগ আৰু কছ দুটা সৰল ৰেখা তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি, একে ফালৰ দাঁতিৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ

সমান কৰিছে, সুতৰাং কগ আৰু কছ একে সৰল ৰেখাহৈ আছে (৪ প্রঃ) ; সেই লেখিয়া, কখ আৰু কজ সৰল ৰেখা দুটাও একে সৰল ৰেখাহৈ আছে। আকৌ গখঘ আৰু কখচ কোণ প্রত্যেকে সমকোণ, সুতৰাং সিহঁত সমান। এই দুই সমান কোণে সৈতে কখগ কোণ যোগ কৰা, এতেকে কখঘ গোটেই কোণটো, চখগ গোটেই কোণৰ সমান (২ স্ব) ; এতিয়া, কখঘ ত্রিভুজৰ কখ আৰু খঘ ভুজ ক্রমে চখগ ত্রিভুজৰ খচ আৰু খগ ভুজে সৈতে সমান ; আৰু সমান সমান ভুজৰ মধ্যবর্ত্তী কখঘ কোণ চখগ কোণৰ সমান ; এতেকে, কঘ ভূমি গচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র) ; আৰু কখঘ ত্রিভুজ চখগ ত্রিভুজৰ সমান। কিন্তু কখঘ ত্রিভুজ আৰু খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্র দুয়ো খঘ একে ভূমিৰ ওপৰত কঘ আৰু কঝ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে, এতেকে খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্র কখগ ত্রিভুজৰ দুগুণ (৪১ প্র) ; আৰু খছ বর্গক্ষেত্র চখগ ত্রিভুজৰ দুগুণ ; কিয়নো, সিহঁতও খচ একে ভূমিৰ ওপৰত খচ আৰু গছ একে সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ মাজত আছে। যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ দুগুণ সিহঁত পৰস্পৰ সমান, সুতৰাং খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্র খঝ বর্গক্ষেত্রৰ সমান (৬ স্ব)। সেই মতে, ক, ঙ আৰু খ, ট সংলগ্ন কৰিলে গঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্র গজ বর্গক্ষেত্রৰ সমান প্রমাণ হ'ব। এতেকে, খঘঙগ গোটেটো বর্গক্ষেত্র খছ আৰু গজ বর্গক্ষেত্র দুটাৰ সমান (২ স্ব) ; আৰু খঘঙগ, খগ ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা বর্গক্ষেত্র। খছ আৰু গজ

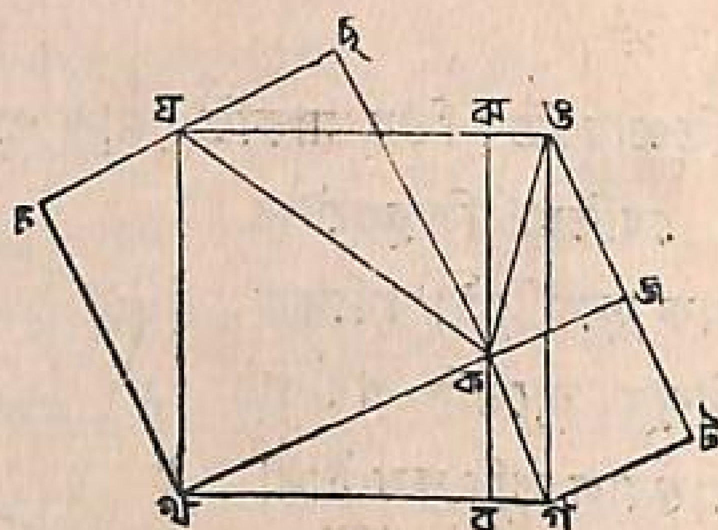
ক্ষেত্র কখ আৰু কগ ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ। এতেকে, খগ ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গ, কখ আৰু কগ ৰেখাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গ দুটাৰ সমান। অতএব, সমকোণি ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

৪৬ প্ৰতিজ্ঞাৰ ভিন্ ভিন্ আকৃতি আৰু প্ৰমাণ।

প্ৰথম। যেতিয়া ত্ৰিভুজটোৰ ওপৰে এটা আৰু তলে দুটা বৰ্গক্ষেত্ৰ থাকে। ক বিন্দুৰ মাজেদি খঘ বা গঙ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কঝ টানা (৩১ প্ৰ)। কঝ, খগ ৰেখাৰ ঠ বিন্দুত আৰু ঘঙ ৰেখাৰ ঝ বিন্দুত মিল হওক ; আৰু ছচ বাঢ়ি যায় জ বিন্দুত মিলক ; ক, ঘ আৰু খ, জ আৰু ঘ, জ সংলগ্ন কৰা।

∴ কখগ ত্ৰিভুজ = খজঘ ত্ৰিভুজ (৩৭ প্ৰ); ∴ সামান্য খটঘ ত্ৰিভুজ বাদে কখট ত্ৰিভুজ = জঘট ত্ৰিভুজ। ∴ কখঘ ত্ৰিভুজ = ঘজঘ ত্ৰিভুজ ; ∴ কখঘ ত্ৰিভুজ + কটজ ত্ৰিভুজ = খজঘ ত্ৰিভুজ + খজঝ ত্ৰিভুজ (২ স্ব); সমান কখট আৰু ঘজট ত্ৰিভুজ বাদে খটঘ ত্ৰিভুজ = কটজ ত্ৰিভুজ ; ∴ কখট ত্ৰিভুজ + কটজ ত্ৰিভুজ অৰ্থাৎ কখজ ত্ৰিভুজ = ঘজট ত্ৰিভুজ + খটঘ ত্ৰিভুজ অৰ্থাৎ খজঘ ত্ৰিভুজ। কিন্তু কখচছ বৰ্গ = ২ কখজ ত্ৰিভুজ (৪১ প্ৰ); আৰু খঘজঠ সমান্তৰাল = ২ খজঘ

ত্ৰিভুজ (৪ প্ৰ) ; ∴ কখচছ বৰ্গ=খঘজঠ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ। বাকী প্ৰমাণ প্ৰতিজ্ঞাত যেনে আছে।

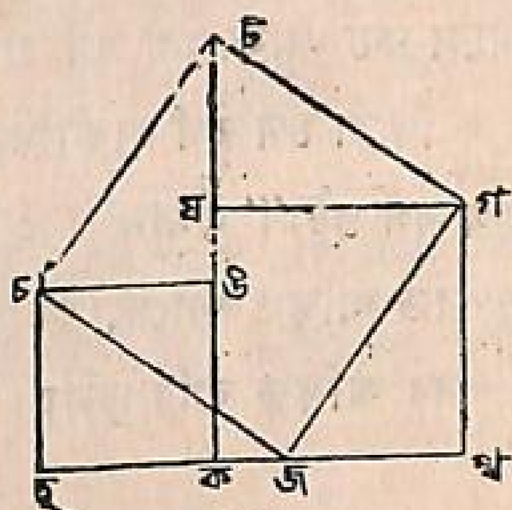


দ্বিতীয়। খগঙঘ, কৰ্ণৰ ওপৰত সজা বৰ্গ; কখচছ আৰু কগটজ দুই ভুজৰ ওপৰৰ বৰ্গ। এতিয়া, তিনো বৰ্গ ত্ৰিভুজৰ ওপৰ ফালে আছে।

খঘ ভুজৰ ঘ বিন্দু চছ ভুজত পৰিছে ; টজ ভুজ বাঢ়ি ঙ বিন্দুত আৰু ঝক বাঢ়ি খগ ভুজৰ ব বিন্দুত মিলিছে। ঘ আৰু ক, ঙ সংলগ্ন কৰা।

∴ কচ বৰ্গ=২ কখঘ ত্ৰিভুজ, কাৰণ সিহঁত কখ একে ভূমিৰ ওপৰত কখ আৰু চছ একে সমান্তৰালৰ মাজত আছে (৪১ প্ৰ)। আকৌ, খ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ২=কখঘ ; কাৰণ সিহঁত একে খঘ ভূমিৰ ওপৰত খঘ আৰু বঝ একে সমান্তৰালৰ মাজত আছে (৪১ প্ৰ)। ∴ কচ বৰ্গ=খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ (৬ স্ব)। বাকী বৰ্গটোৰও সেইয়ে প্ৰমাণ।

তৃতীয়। যেতিয়া বৰ্গক্ষেত্ৰ কেইটা বেলেগ বেলেগ ঠাইত থাকে।



কচ আৰু কগ বৰ্গ দুটা এনেদৰে লগকৈ ৰাখা, দুইবো ভূমি যেন একে সৰল ৰেখাতে থাকে ; কঘ ৰেখা ট লৈ বঢ়াই দিয়া, ছজ আৰু ঙট ৰেখা দুটা কখ ভুজৰ সমান কৰি লোৱা। চ, জ আৰু জ, গ আৰু গ, ট আৰু ট সংলগ্ন কৰা।

∴ ছজ=কখ (ক্ৰিয়া)। ∴ ছজ—কজ অৰ্থাৎ কছ= কখ—কজ অৰ্থাৎ খজ। ∴ চছ=কছ বা খজ, ∵ খগ = কখ বা চজ, ∴ ছজ+চছ=খগ+খজ ; জখগ কোণ=চছজ কোণ (১১ স্ব) ; ∴ চজ=জগ আৰু △ চছজ=△ জখগ (৪ প্ৰ)। সেই লেখিয়া, চঙট, গঘট, চছজ আৰু জগখ চাৰোটা ত্ৰিভুজ আৰু চজ, জগ, গট আৰু টচ চাৰো ৰেখা পৰস্পৰ সমান প্ৰমাণ হয়। সুতৰাং চজগট ক্ষেত্ৰৰ ভুজ চাইটা সমান। আৰু তাৰ কোণ চাইটাও সমকোণ। ∴ গঘট কোণ=খকঘ কোণ (২৯ প্ৰ) ; কিন্তু খকঘ কোণ=১ সমকোণ, ∴ গঘট কোণ=১ সমকোণ। সেই নিমিত্তে ঘটগ কোণ+টগঘ কোণ=১ সমকোণ। আৰু টগঘ কোণ=চটঙ কোণ (৪ প্ৰ) ; ∴ চটগ কোণ=১ সমকোণ। ক্ষেত্ৰটোৰ চাৰো কোণ সমকোণ (অ, ৪৬ প্ৰ) ; এতেকে, চজগট এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ।

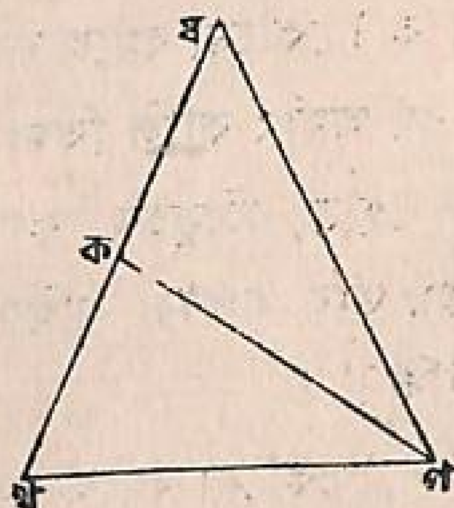
ত্রিভুজ চাইটা সমান যে তাৰে আগেয়ে প্ৰমাণ হৈ'ছে। এতিয়া, গোটেই ক্ষেত্ৰটোৰ পৰা চঙট আৰু টঘগ ত্রিভুজ বাদ দিলে কচ আৰু কগ বৰ্গ বাকী থাকে, চছজ, আৰু জখগ ত্রিভুজ বাদ দিলে চগ বৰ্গ বাকী থাকে। এতেকে, চগ বৰ্গ কচ আৰু কগ বৰ্গ দুটাৰ সমান (৩ স্ব)। আৰু চগ বৰ্গ জগ কৰ্ণৰ ওপৰত অঙ্কিত আছে, কচ আৰু কগ বৰ্গ জখ আৰু গখ ভুজৰ ওপৰৰ অঙ্কিত বৰ্গৰ তুল্য।

---

৪৮ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

কোনো ত্ৰিভুজৰ এভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ আন দুই ভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান হ'লে সেই দুই ভুজৰ মধ্যবৰ্ত্তী কোণ সমকোণ হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ খগ ভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ কখ আৰু কগ ভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান; এতেকে, খকগ কোণ সমকোণ হ'ব।



খক সৰল ৰেখাৰ ক বিন্দুৰ পৰা কগ সৰল ৰেখাৰ লম্ব কৰি কঘ টানা (১১ প্ৰ); কঘ, কখ ৰেখাৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ), গ আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কঘ আৰু কখ সমান (ক্ৰিয়া), সুতৰাং কঘ ৰেখাৰ বৰ্গ কখ ৰেখাৰ বৰ্গৰ সমান। এই দুই সমান বস্তুয়ে সৈতে কগ ৰেখাৰ বৰ্গ যোগ কৰা, এতেকে, কঘ আৰু কগ ৰেখাৰ বৰ্গ একত্ৰ কখ আৰু কগ ৰেখাৰ বৰ্গে সৈতে সমান। কিন্তু কখ আৰু কগ ৰেখাৰ বৰ্গ গঘ ৰেখাৰ বৰ্গে সৈতে সমান (৪৭ প্ৰ)। কিয়নো, গকঘ কোণ সমকোণ। আকৌ, কখ আৰু কগ ৰেখাৰ বৰ্গ খগ ৰেখাৰ বৰ্গে সৈতে সমান বুলি কল্পনা কৰা হৈছে; এতেকে গঘ ৰেখাৰ বৰ্গ খগ ৰেখাৰ বৰ্গে

সৈতে সমান। সুতৰাং গঘ ভুজ খগ ভুজৰ সমান। এতিয়া কখগ আৰু কগঘ দুটা ত্ৰিভুজ, সিহঁতৰ কখ আৰু কঘ ভুজ পৰস্পৰ-সমান, আৰু কগ ভুজ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সমান ; এতেকে, কঘ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে কখ আৰু কগ ভুজৰ সমান, গঘ ভূমি খগ ভূমিৰ সমান বুলি ওপৰত প্ৰমাণ হৈছে ; সুতৰাং ঘকগ কোণ খকগ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ) ; কিন্তু ঘকগ কোণটো সমকোণ সুতৰাং খকগ কোণো সমকোণ। অতএব, কোনো ত্ৰিভুজৰ।

(ক) কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজৰ পৰিমাণ জনা থাকিলে তাৰ বৰ্গ অৰ্থাৎ কালি কিমান ওলুৱাব পাৰি। যেনে ওপৰত প্ৰমাণ হোৱা ত্ৰিভুজৰ কখ ভুজৰ পৰিমাণ জানিবা ৩ ইঞ্চি, এতিয়া, তাৰ ওপৰৰ অঙ্কিত বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ কালি=৩ × ৩= বৰ্গ ইঞ্চি।

(খ) কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি জনা থাকিলে তাৰ বৰ্গমূল অৰ্থাৎ প্ৰতি ভুজৰ পৰিমাণ জনা যায়। যেনে, ও[illegible] যি ক্ষেত্ৰটোৰ কালি ৯ বৰ্গ ইঞ্চি ওলায়ছে, তাৰ ভুজৰ পৰিমাণ= √৯=৩ ইঞ্চি। কিন্তু সকলো ঠাইত ভুজৰ পৰিমাণ এনে ঠিককৈ ওলাব নহয়।

এতিয়া, স্পষ্ট বুজিব পাৰা যে, বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি বুলিলে যি বৰ্গ বুলিলেও সেই ; আৰু বৰ্গক্ষেত্ৰৰ ভুজ বুলিলে যি বৰ্গমূল বুলিলেও সেইয়ে।

(গ) যি যি আখৰদি বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজৰ নাম থোৱা

যায়, সেই আখৰ কেইটাৰ কিম্বা সেই ভুজৰ পৰিমাণ অঙ্কটোৰ ওপৰৰ সোঁ হাতে সৰুকৈ এটা (২) লেখিলে তাৰ বৰ্গ বুজায়, যেনে কখ^{২} বা ৬^{২}।

(ঘ) যি যি আখৰদি বৰ্গক্ষেত্ৰৰ নাম থোৱা যায়, সেই আখৰ কেইটাৰ কিম্বা তাৰ পৰিমাণ অঙ্কটোৰ ওপৰত সোঁ হাতে সৰু কৈ এটা ($\frac{১}{২}$) লেখিলে বা সিহঁতৰ আগফালে ($\sqrt{}$) এই চিহ্নটো দিলে তাৰ বৰ্গমূল বুজায়। যেনে খঘ$^{\frac{১}{২}}$ বা $\sqrt{}$খঘ ; ৯$^{\frac{১}{২}}$ বা $\sqrt{}$৯।

অনুশীলন।

১। ১ম প্ৰতিজ্ঞাটো নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ তলৰ ফালে ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰি প্ৰমাণ কৰা।

২। কোনো নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ সমান ভুজ বিশিষ্ট এটা ৰম্বস ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৩। ১ম, দ্বিতীয় প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ত্ৰিভুজটোৰ ভুজ প্ৰথমে বঢ়াই নিদি পেলায় প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা। ২য়, নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ এটা মূৰ নিৰূপিত বিন্দু ধৰি, তাৰ তলৰ ফালে ত্ৰিভুজ অঙ্কিত আৰু ত্ৰিভুজৰ ভুজ দুটা ওপৰৰ ফালে বৃদ্ধি কৰি তাক প্ৰমাণ কৰা।

৪। দুটা সৰল ৰেখাৰ সমষ্টি কিম্বা অন্তৰ যিমান তিমান দীঘল কৰি এটা সৰল ৰেখা টানা।

৫। ১ম প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত, দুই বৃত্তৰ ছেদ বিন্দু দুটা সংলগ্ন কৰিলে আৰু সিহঁতৰ কেন্দ্ৰও সংলগ্ন কৰিলে, দুয়ো সৰল ৰেখা পৰস্পৰ লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব।

৬। যদি দুই সৰল ৰেখা লম্বভাবে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তেনেহলে সিহঁতৰ এটাৰ ওপৰত য'তে ত'তে বিন্দু লই আনটোৰ দুয়ো মূৰলৈ সৰল ৰেখা টানিলে যি যি ত্ৰিভুজ হ'ব, সিহঁত সমদ্বিবাহুক হ'ব।

৭। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ ভূমি, দুয়ো মূৰে বঢ়ালে বহিঃস্থ কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৮। যদি দুটা সমান সৰল ৰেখাই কোনো ত্রিভুজৰ ভূমিস্থ কোণ দুটাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে, তেনেহ'লে সেই ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

৯। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ ভূমিস্থ কোণ দুটাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰি দুটা সৰল ৰেখা টানিলে যি ত্রিভুজ হ'ব সেইটোও সমদ্বিবাহুক হ'ব।

১০। সমবাহু ত্রিভুজৰ ভূমিস্থ কোণ দুটাৰ পৰা সম্মুখস্থ ভুজলৈ লম্ব টানিলে যদি সেই ভুজ দুটা সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তেনেহ'লে ভূমিস্থ কোণ দুটাও সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব।

১১। সমবাহু ত্রিভুজৰ ভূমিস্থ কোণ দুটা সমদ্বিখণ্ডিত কৰি তাৰ দুই ভুজলৈ লম্ব টানিলে, ভুজ দুটাও সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব।

১২। কোনো ত্রিভুজৰ ভূমিস্থ কোণ দুটা সমদ্বিখণ্ডিত কৰি তাৰ দুই ভুজৰ ওপৰত লম্ব টানিলে, ভুজ দুটা যদি সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তেনেহ'লে ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

১৩। ১ম প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত দুই বৃত্তৰ ছেদ বিন্দু দুটা সংলগ্ন কৰি গচ আৰু চঘ ৰেখা টানা আৰু প্রমাণ কৰা যে, গঘচ ত্রিভুজটো সমবাহুক।

১৪। কখগ ত্রিভুজৰ কখগ আৰু কগখ কোণ একত্র

যোগে কখগ কোণৰ সমান ; কখগ ত্রিভুজক দুই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত কৰা।

১৫। ১ম, পঞ্চম প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত চ আৰু ছ বিন্দু সংলগ্ন কৰি প্রমাণ কৰা যে, চছঘ ত্রিভুজ সমদ্বিবাহুক। ২য়, ক শীর্ষ কোণৰ পৰা ঘ বিন্দুলৈ ৰেখা টানি তাক চছ ৰেখাৰ জ লৈ বঢ়াই দিয়া আৰু প্রমাণ কৰা যে, চঘছ কোণ সমদ্বিখণ্ডিত হৈছে। ৩য়, আকৌ প্রমাণ কৰা যে, কজচ আৰু কজছ ত্রিভুজ দুটা সমকোণি।

১৬। কোনো সৰল বৈৰিখিক কোণক সমান আঠ খণ্ড কৰি বিভক্ত কৰা।

১৭। এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাক সমান ছয় খণ্ড কৰা।

১৮। কোনো নিৰূপিত সৰল ৰেখাত এনে এটা বিন্দু স্থিৰ কৰা যেন তাৰ বহিঃস্থ এক পার্শ্বস্থ দুই নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা সৰল ৰেখা টানিলে সিহঁত দুয়ো সমান হয়।

১৯। ১ম প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত যদি কখ ৰেখা পৰিধিৰ ঘ আৰু ঙ বিন্দুলৈ বঢ়াই দি গ, ঘ আৰু গ, ঙ সংলগ্ন কৰা যায়, তেনেহ'লে গঘঙ ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক আৰু তাৰ শীর্ষ কোণ সমদ্বিবাহুক ত্রিভুজটোৰ শীর্ষ কোণৰ দুই তৃতীয়াংশ।

২০। যদি কোনো ত্রিভুজৰ বহিঃস্থ আৰু তাৰ ওচৰৰ অন্তৰস্থ কোণ দুটাক দুটো ৰেখাই সৈতে সমানে দ্বিখণ্ডিত কৰা যায়, তেনেহ'লে সেই দুই ৰেখাৰ মধ্যবর্ত্তী কোণ এক সমকোণ হ'ব।

২১। কখগ কোণ সমদ্বিখণ্ডিত কৰা আৰু গঘ ৰেখা, ঘ লৈ বঢ়াই দি কখঘ কোণও সমদ্বিখণ্ডিত কৰা ; এতিয়া প্ৰমাণ কৰা যে, এই দ্বিখণ্ডকাৰী ৰেখা দুটা পৰস্পৰ লম্ব।

২২। ১১ প্ৰতিজ্ঞাত নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ এটা মূৰ নিৰূপিত বিন্দু ধৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

২৩। কোনো এক ত্ৰিভুজৰ কোণ বিন্দু তিনিটাৰ মাজেদি তিনিটা ৰেখা টানি এনে এটা ত্ৰিভুজ সাজা, যেন তাৰ এক এক ভুজ আদিম ত্ৰিভুজৰ এক এক ভুজৰ দুগুণ হয়।

২৪। এটা সৰল ৰেখাৰ কোনো বিন্দুত দুটা সৰল ৰেখা সম্মিলিত হ'লে যদি দাঁতিৰ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান হয়, তেন্তে সেই দুই সৰল ৰেখা একে সৰল ৰেখাহৈ থাকিব নে, না থাকিব প্ৰমাণ কৰি দেখুৱা।

২৫। দুই ৰেখা পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে যি যি কোণ উৎপন্ন হয়, সিহঁতৰ কোনো দুটাক সমানে দ্বিখণ্ডিত কৰি দুটা ৰেখা টানিলে সেই দুই ৰেখা হৈ থাকিব।

২৬। ১৬ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত কখ ভুজ বৃদ্ধি কৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

২৭। সমকোণি বা বৃহৎ কোণি ত্ৰিভুজৰ অৱশিষ্ট দুই কোণ সূক্ষ্ম কোণ।

২৮। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ তিনটো সূক্ষ্ম কোণ।

২৯। ১৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত কখগ ভুজৰ কোনো

বিন্দুত গ সংলগ্ন কৰি দেখাব লাগে যে, কখগ আৰু খকগ কোণ দুটা, দুই সমকোণতকৈ সৰু।

৩০। কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজৰ অন্তৰতকৈ তৃতীয় ভুজ গুৰুতৰ।

৩১। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমিস্থ কোণৰ পৰা তাৰ দুই ভুজৰ ওপৰত লম্ব টানিলে, সিহঁত প্ৰত্যেকে ভূমিয়ে সৈতে যি কোণ কৰিব, সেই কোণ ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণৰ অৰ্দ্ধ হ'ব।

৩২। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণৰ পৰা ভূমিলৈ ৰেখা টানিলে ভুজ তিনিটাৰ অৰ্দ্ধ ৰেখাটোতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

৩৩। প্ৰমাণ কৰা যে, এটা নিৰূপিত বিন্দুৰ পৰা এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখালৈ একেটাহে লম্ব টানিব পাৰি, আৰু এই লম্বটো সেই বিন্দুৰ পৰা সেই ৰেখালৈ যিমান সৰল ৰেখা টানা যায় সকলোবোৰতকৈ সৰু; আৰু বাকী ৰেখাবোৰৰ মাজত যিটো লম্বৰ ওচৰৰ সেইটো দূৰৈৰটোতকৈ সৰু। আৰু দুটা মাথোন সমান ৰেখা লম্বৰ দুই হাতে দিয়া বিন্দুৰ পৰা দি[illegible] ৰেখালৈ টানা যায়।

৩৪। যদি দুটা সমান্তৰাল সৰল ৰেখা সংলগ্ন কৰি এটা লম্ব টানা যায় আৰু তাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰা, তেনেহলে সেই ছেদ বিন্দুৰ মাজেদি সমান্তৰাল ৰেখা দুটালৈ যিমান ৰেখা টানা যাব সকলোবোৰ সমান হ'ব।

৩৫। কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃস্থ কোণক কোনো সৰল

ৰেখা টানি সমদ্বিখণ্ডিত কৰিলে যদি সেই সৰল ৰেখাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হয়, তেন্তে ত্ৰিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

৩৬। সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমান দুই ভুজ সমানে বৃদ্ধি কৰি সংলগ্ন কৰিলে, সেই ৰেখাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হ'ব।

৩৭। কোনো সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভিতৰত ছয়টা সমান ৰম্বস ক্ষেত্ৰ নিৰ্ম্মাণ কৰা।

৩৮। চতুৰ্ভুৰ্জ ক্ষেত্ৰৰ দুই শ্ৰুতিৰ সমষ্টি তাৰ চাৰি ভুজৰ সমষ্টিতকৈ সৰু।

৩৯। ত্ৰিভুজৰ কোনো এক ভুজ শ্ৰুতি কৰি এটা সমান্তা-ৰাল ক্ষেত্ৰ নিৰ্ম্মাণ কৰা।

৪০। ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ আন দুটা কোণৰ প্ৰত্যেকৰ দ্বিসমকোণ পূৰক কোণতকৈ সৰু।

৪১। কোনো সমকোণক সমানে ছয় খণ্ড কৰা।

৪২। কোনো সপ্তভুজ সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভুজবোৰ দুয়ো মূৰে বঢ়াই দিলে, পৰস্পৰ কটাকটি কৰি সেই ছেদ বিন্দুবিলাকত যিবোৰ কোণ উৎপন্ন কৰিব, সিহঁত ছয় সম-কোণৰ সমান হ'ব।

৪৩। কখগ সমকোণি ত্ৰিভুজৰ কগ কৰ্ণত এনে এটা বিন্দু স্থিৰ কৰা যে, তাৰ পৰা খগ ভুজলৈ লম্ব টানিলে সেই লম্ব খঘ ৰেখাৰ সমান হ'ব।

৪৪। এটা সমান কোণি ষোড়শ ভুজ সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ কোণৰ পৰিমাণে কিমান।

৪৫। ৩২ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত গক ভুজ বৃদ্ধি আৰু কখ ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

৪৬। যি যি ত্ৰিভুজৰ প্ৰত্যেক কোণৰ পৰিমাণ এক সমকোণৰ দুই তৃতীয়াংশ, সেই সেই ত্ৰিভুজ সমবাহুক।

৪৭। সমকোণি ত্ৰিভুজৰ এক ভুজ জনা আছে; আৰু তাৰ কৰ্ণ আৰু অৱশিষ্ট ভুজৰ সমষ্টি অথবা অন্তৰ জনা আছে, ত্ৰিভুজটো অঙ্কিত কৰা।

৪৮। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতি ভুজ কোনো বিন্দুত সমদ্বিখণ্ডিত কৰি সেই বিন্দুবোৰ সংলগ্ন কৰিলে ত্ৰিভুজটো সমানে চাৰি খণ্ড হ'ব।

৪৯। কোনো সমবাহু ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি ছেদ বিন্দু সংলগ্ন কৰিলে যি ত্ৰিভুজ হ'ব সেইটো, গোটেইটো ত্ৰিভুজৰ এক চতুৰ্থাংশ।

৫০। দুটা সমকোণি ত্ৰিভুজৰ কৰ্ণ সমান আছে আৰু এটা এটা ভুজও সমান আছে, প্ৰমাণ কৰা যে সিহঁত সৰ্বতোভাবে সমান।

৫১। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভিতৰ কোনো বিন্দু লই, তাৰ পৰা ৰেখা টানি প্ৰত্যেক কোণক সমদ্বিখণ্ডিত কৰিলে সেই ৰেখাবোৰ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৫২। ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি ছেদ বিন্দু দুটা সংলগ্ন কৰিলে সেই ৰেখাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হ'ব।

৫৩। কখগঘ চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰৰ কখ ভুজ সমকোণতকৈ

ডাঙ্গৰ আৰু খঘ সকলোতকৈ সৰু, প্ৰমাণ কৰা যে, ঘ কোণ খ কোণতকৈ আৰু গ কোণ ক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ।

৫৪। যি চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখস্থ কোণবোৰ সমান, সেই চতুৰ্ভুজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৫৫। প্ৰত্যেক সমকোণি চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৫৬। যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ শ্ৰুতি কটাকটি কৰিলে খণ্ডবোৰ পৰস্পৰ লম্ব হয়, সেইটো ৰম্বস বা বৰ্গক্ষেত্ৰ।

৫৭। যি চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখৰ ভূজবোৰ সমান, সেই চতুৰ্ভুজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৫৮। এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰক তাৰ কোনো ভুজৰ কোনো বিন্দুৰ পৰা ৰেখা টানি সমানে দুই খণ্ড কৰা।

৫৯। কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা ভুজ কোনো বিন্দুৰ পৰা ৰেখা টানি তাক সমানে দুই খণ্ড কৰা।

৬০। কোনো ত্ৰিভুজৰ ভূমি, ভূমিত সংলগ্ন এটা কোণ আৰু দুই ভুজৰ অন্তৰ জনা আছে, ত্ৰিভুজটো অঙ্কিত কৰা।

৬১। এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ লম্ব দিয়া আছে, ত্ৰিভুজটো অঙ্কিত কৰা।

৬২। এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভিতৰত এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৬৩। যদি দুটা ত্ৰিভুজ একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে

সমান্তৰাল মাজত থাকে আৰু যদি ভূমিৰ সমান্তৰাল কৰি কোনো ৰেখা টানি সিহঁতক ছেদ কৰা যায়, তেন্তে সেই ত্ৰিভুজ দুটাৰ পৰা ছিন্ন হৈ যি দুটা সৰু ত্ৰিভুজ হ'ব সিহঁতও সৰু হ'ব।

৬৪। কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ এক শ্ৰুতি দুয়ো মূৰে সমান দূৰলৈ বঢ়াই দি তাৰ দুয়ো প্ৰান্ত অন্য শ্ৰুতিৰ দুয়ো প্ৰান্তে সৈতে সংলগ্ন কৰিলে যি ক্ষেত্ৰ হ'ব, সেইটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৬৫। দুটা সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ ওপৰত কেতবোৰ লম্ব টানিলে সেই লম্ববোৰ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৬৬। যি যি ত্ৰিভুজৰ ভূমি আৰু উন্নতি সমান, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

৬৭। যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ভূমি আৰু উন্নতি সমান, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

৬৮। ৪৩ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ঙ, ঝ আৰু খ, ঘ আৰু চ, ছ বিন্দু সংলগ্ন কৰি প্ৰমাণ কৰা যে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান্তৰাল।

৬৯। কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজ সমানে দ্বিখণ্ডিত কৰিলে তাৰ এক খণ্ডৰ বৰ্গ আদিম বৰ্গটোৰ চতুৰ্থাংশ হ'ব।

৭০। বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কোন বিন্দু চাইটাৰ সমান দূৰৈত চাইটা

বিন্দুলৈ সিহঁতক সংলগ্ন কৰিলে যি ক্ষেত্ৰ হ'ব, সেইটোও বৰ্গ হ'ব।

৭১। যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ আৰু কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ উন্নতি সমান হয়, কিন্তু ত্ৰিভুজৰ ভূমি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ভূমিৰ দুগুণ হব, তেন্তে সিহঁত পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৭২। কোনো চতুৰ্ভুৰ্জৰ চাৰো ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি ছেদ বিন্দুবোৰ সংলগ্ন কৰিলে যি চতুৰ্ভুৰ্জ হ'ব, সেইটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৭৩। এটা নিৰূপিত সৰল ৰৈখিক ক্ষেত্ৰৰ সমান কৰি এটা ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা।

৭৪। এটা নিৰূপিত সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা নিৰূপিত ত্ৰিভুজৰ সমান এটা আয়ত ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৭৫। কোনো নিৰূপিত ভূমিৰ ওপৰত কোনো নিৰূপিত ত্ৰিভুজৰ সমান কৰি এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা।

৭৬। ৪৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ত্ৰিভুজৰ তিনো ভুজৰ বৰ্গ, তলৰ ফালে অঙ্কিত কৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

৭৭। দুটা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ অন্তৰৰ সমান এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৭৮। ৪৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত চ, জ আৰু ট, ঙ আৰু চ, ঘ সংলগ্ন কৰি প্ৰমাণ কৰা যায় যে, এই তিনি ত্ৰিভুজ প্ৰত্যেকে কখগ ত্ৰিভুজৰ সমান।

৭৯। বর্গ্গস ক্ষেত্রৰ ভুজ কেইটাৰ ওপৰ আঁকা বৰ্গৰ সমষ্টি, তাৰ শ্রুতি দুটাৰ ওপৰত আঁকা বৰ্গৰ সমান হ'ব।

৮০। বৃহৎ কোণি ত্রিভুজৰ বৃহৎ কোণৰ সম্মুখস্থ ভুজৰ বৰ্গ, তাৰ আন দুই ভুজৰ বৰ্গ দুটাতকৈ ডাঙৰ।

সম্পূর্ণ।

জাননী।

—:০:—

তলত নাম দিয়া স্কুলপাঠ্য কিতাপবোৰ আমাৰ দোকানত পাব, সবহ কিতাপ একেবাৰে নিলে কমিচন পাব।

১।	হেমচন্দ্ৰ অসমীয়া ব্যাকৰণ ...	‖৵৬
২।	ঐ অসমীয়া লৰাৰ ব্যাকৰণ ...	৵৬
৩।	লোকনাথ ব্যাকৰণ ...	‖০
৪।	শিৱনাথ ব্যাকৰণ	।০
৫।	পাঠমালা (হেমচন্দ্ৰ)	‖৵৬
৬।	জ্ঞানমালিনী (মফিজউদ্দিন) ...	‖৵০
৭।	সাহিত বিচাৰ (সত্যনাথ বড়া) ...	৸০
৮।	সাৰথি ... ঐ ...	‖৶০
৯।	ত্ৰিবেণী (সৰ্ব্বেশ্বৰ শৰ্ম্মা) ...	‖৵০
১০।	মুৰলী (সৰ্ব্বেশ্বৰ শৰ্ম্মা) ...	‖৵০
১১।	জ্ঞানোদয় (লম্বোদৰ বড়া) ...	।৵৬
১২।	জ্ঞানসোপান (ৰজনী বড়দলৈ)...	৴৬
১৩।	নিম্নপ্ৰাইমেৰী ১ম ভাগ ...	।৶০
১৪।	নিম্নপ্ৰাইমেৰী ২য় ভাগ ...	।৶০
১৫।	লৰাসখী	৴৬
১৬।	আসাম-ভূগোল	।০
১৭।	ভূগোলসাৰ	।৵০
১৮।	কাৰ্য্যপ্ৰবেশ	৷৴০
১৯।	অসমীয়া পাটীগণিত ১ম ভাগ ...	।০
২০।	অসমীয়া পাটীগণিত ২য় ভাগ ...	‖০
২১।	অসমীয়া ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি ...	‖৵০
২২।	আদৰ্শ আঠ ১ম, ২য়	৷৩

ইহাৰ বাহিৰেও সকলো প্ৰকাৰৰ অসমীয়া পাঠ্য কিতাপ আমাৰ হাতত আছে, পত্ৰ দিয়ামাত্ৰে পঠাই দিয়া হব, যি পুথি আনাৰ হাতত নেপাব, সেই পুথি সেই সময়ত অক্ষৰ হাততো নাই বুলি জানিব।

শ্ৰীশিৱনাথ ভট্টাচাৰ্য্য,
ভট্টাচাৰ্য্য এজেন্সী, ডিব্ৰুগড়।